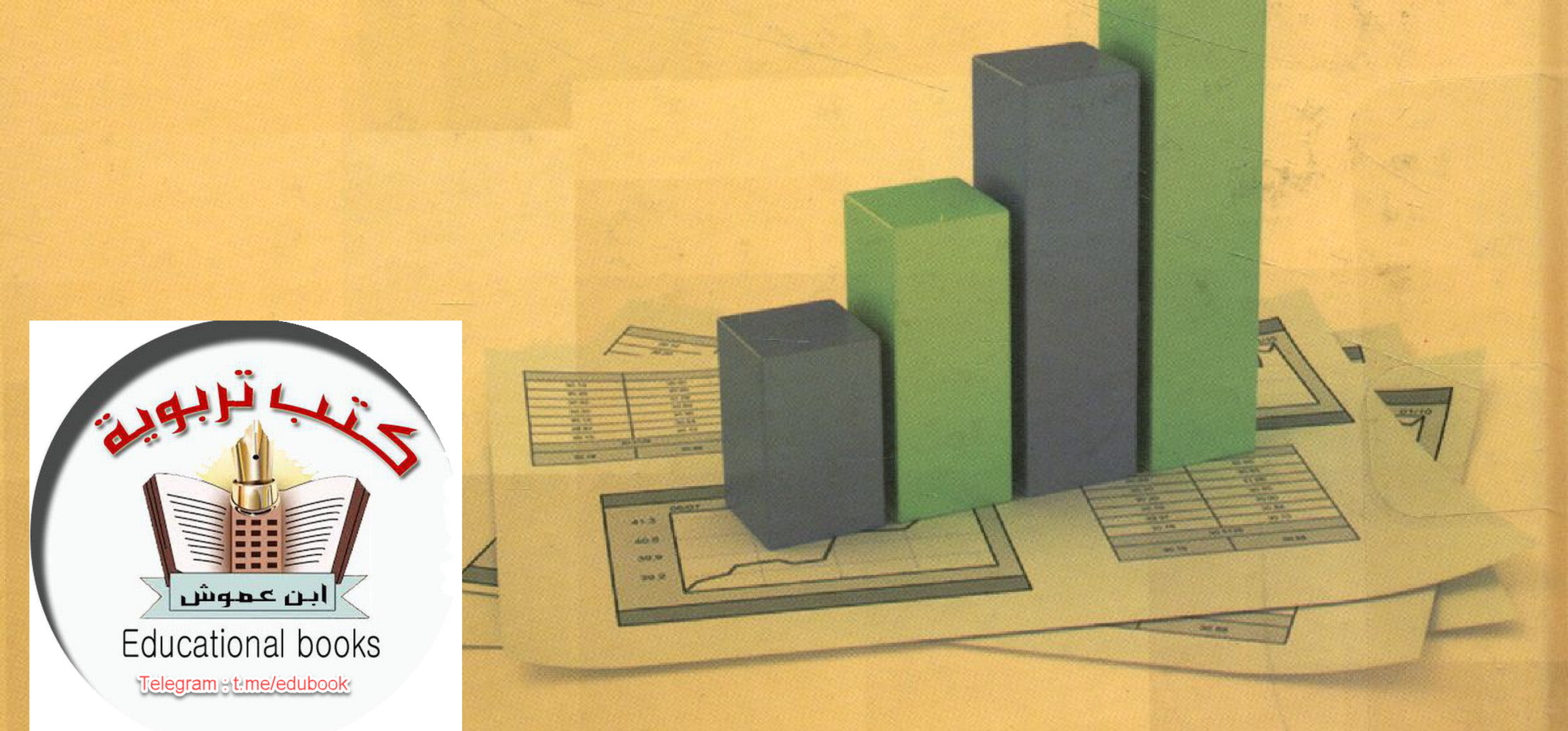
الإحصاء في المناهج البحثية التربوية والنفسية

الأستاذ الدكتور
طارق البدري
أستاذ في الإدارة والقيادة التربوية
عميد ومستشار سابق
جامعة كنساس - أمريكا

الدكتورة
سهيلة نجم
أستاذ مشارك في الإحصاء
والرياضيات وبحوث العمليات
جامعة كنساس - أمريكا





الإحصاء في المناهج البحثية
التربوية والنفسية

519 ,053
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية: (2007/4/1013)
المؤلف: سهيلة نجم - طارق البدري
الكتاب: الإحصاء في المناهج البحثية التربوية والنفسية
الواصفات: الإحصاء الوصفي
لا يعبر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية أو أي جهة حكومية أو الناشر
ISBN:978-9957-16-332-7

الطبعة الأولى 2008م - 1429هـ
الطبعة الثانية 2014م - 1435هـ

جميع الحقوق محفوظة للناشر All rights reserved Copyright ©

يُحظر نشر أو ترجمة هذا الكتاب أو أي جزء منه، أو تخزين مادته بطريقة الاسترجاع، أو نقله على أي وجه، أو بأية طريقة، سواء أكانت إلكترونية أم ميكانيكية، أو بالتصوير، أو بالتسجيل، أو بأية طريقة أخرى، إلا بموافقة الناشر الخطية، وخلاف ذلك يُعرض لطائلة المسؤولية.

No part of this book may be published, translated, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or using any other form without acquiring the written approval from the publisher. Otherwise, the infractor shall be subject to the penalty of law.



أسسها خالد محمود جابر حيف عام 1984 عمان - الأردن
Est. Khaled M. Jaber Haif 1984 Amman - Jordan

المركز الرئيسي
عمان - وسط البلد - قرب الجامع الحسيني - سوق البتراء - عمارة الحجيري - رقم 3 د
هاتف: 4646361 6 (962 +) فاكس: 4610291 6 (962 +) ص.ب 1532 عمان 11118 الأردن

فرع الجامعة
عمان - شارع الملكة رانيا العبد الله (الجامعة سابقاً) - مقابل بوابة العلوم - مجمع عربيات التجاري - رقم 261
هاتف: 5341929 6 (962 +) فاكس: 5344929 6 (962 +) ص.ب 20412 عمان 11118 الأردن

Website: www.daralthaqafa.com e-mail: info@daralthaqafa.com

Main Center
Amman - Downtown - Near Hussayni Mosque - Petra Market - Hujairi Building - No. 3 d
Tel.: (+962) 6 4646361 - Fax: (+962) 6 4610291 - P.O.Box: 1532 Amman 11118 Jordan

University Branch
Amman - Queen Rania Al-Abdallah str. - Front Science College gate - Arabiyat Complex - No. 261
Tel.: (+962) 6 5341929 - Fax: (+962) 6 5344929 - P.O.Box: 20412 Amman 11118 Jordan

Dar Al-Thaqafa For Publishing & Distributing



الإحصاء في المناهج البحثية التربويـــة والنفسيـــة

الأستاذ الدكتور

طـــارق البـــدري

أستاذ في الإدارة والقيادة التربوية

عميـــد ومستشـــار سابـــق

جامعة كنساس - أمريكا

الدكتـــورة

سهيلـــة نجـــم

أستـاذ مشـارك فـي الإحصـاء

والرياضيـات وبحـوث العمليات

جامعة كنساس - أمريكا



1435هـ-2014م

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ يرفع الله الذين آمنوا منكم والذين أوتوا العلم درجات ﴾

صدق الله العظيم

سورة فاطر الآية ٢٨

الإهداء

لمدنتي سامراء .... مهد الحضارة والعلم ... بغداد مدينة السلام والإسلام السجينة الحزينة دمرتها التتر الجدد ... المدينة التي كانت كعبة الثقافة والعلم ... تستصرخ اليوم الوجدان والضمير ليضمدوا جراحها ... إلى مثقفي وعلماء العراق ... الذين غادرونا شهداء علمهم وقدرهم ظل والباقون الذين فرقتهم ظروف التشتت ... غرباء يبحثون عن حلماً ليأويهم ووطن يحويهم ...

إلى طلبتي في الأردن ... جامعة اليرموك ...

إلى طلبتي في ليبيا ... جامعة الفاتح ...

وطلبتي في جامعة وهران ...

وطلبتي في جامعة حضرموت ...

الذين وقفوا في الطابور ... ينتظرون العطاء العلمي لهم جميعاً وموعدنا مع القدر ...

المؤلف

الفهرس

الفصل الثاني

الاستخدامات البيانية الإحصائية

الفصل الثالث

الإحصاء الاستدلالي

المقدمة

يتطلب العلم في الوقت الراهن الذي يشمل كافة مجالات الحياة نوعاً كبيراً من التوجيهات نحو التكنولوجيا التي تعتمد على أسس ومبادئ عمادها الرئيسي هو البحث العلمي كافة في المبادئ التربوية والنفسية وعلم الإحصاء أصبح أحد أكبر هذه الأسس التي لا يمكن تغافلها وتغافل دورها اللامع في عمليات البحث العلمي التربوي لاستكمال متطلباته، فالإحصاء في البحوث لغة العد الشامل لمعلومات رقمية يتم عرضها في جداول ورسوم بيانية لمعرفة مدى تجمعها وتشتتها وارتباطها ويقال إن الإحصاء هو العلم الذي يمثل مجموعة الطرق المستعملة في تحليل البيانات المتوفرة واتخاذ القرارات المنطقية في المواجهة العشوائية في الظواهر المختلفة التي تحيط بها (gay ١٩٩٠) كما يشير الدكتور سعدي شاكر في كتابة الإحصاء الاجتماعي والتربوي عام ٢٠٠٠ بأن (الإلمام بالطرق الإحصائية يساعد في التحقق من صحة فروض الدراسات البحثية وعمليات القياس والتقويم لمجموعات الظواهر السلوكية والتربوية ثم الاستفادة منها في التنبؤ لمعالجة هذه المشكلات). والإحصاء في التربية يسهم في جمع وتبويب وعرض وتحليل البيانات واستخراج نتائج البحث وتوفير عوامل الاستدلال بها لاتخاذ القرارات.

يتناول كتابنا هذا الإحصاء كعلم له أهمية خاصة في ميادين العلوم التربوية متطرقين فيه إلى دوره الفاعل في هذا الميدان، ثم التعرض إلى مفاهيم الطرق العلمية الإحصائية وأنواع البحوث التي يدخلها الإحصاء وكيفية تصميمها وأنواع التعريف. وهذا ما يمثله الفصل الأول من المؤلف، أما الفصل الثاني فقد اشتمل على جملة من الإجراءات الإحصائية وهي الاستخدامات البيانية الإحصائية والعينات وأنواعها وتضمينها ومقاييس النزعة المركزية والتشتت والمواقع النسبية ومقاييس العلاقة، أما الفصل الثالث فقد تحدث عن الإحصاءات الاستدلالية ومنها الفروض الإحصائية والفرضية الصفرية وتربيع كاي ودرجات الحرية واختبارات (ن) Test والسلاسل الزمنية والأرقام القياسية، وبذلك يكون هذا المؤلف خطا خطوة لتحقيق نجاح البحث العلمي التربوي، ونود أن نشير إلى هذا المؤلف يقدم أمثلة تطبيقية عملية لكل خطوة من خطوات الإحصاء التربوي، وخاصة عندما نعلم بأن علوم التربية تقاس بدرجة الدقة التي تصل إليها هذه العلوم في القياس، خاصة عندما نعلم أن علوم القياس

والتقويم في ميدان التربية وعلم النفس أعقد بكثير منها في العلوم الأخرى، نظراً لأن موضوع القياس هنا هو الإنسان من حيث هو كائن حي يحب ويحس ويدرك وينفعل ويتعلم وينسى ويتذكر ويتأثر بعوامل داخلية وخارجية.

لقد ساعدني الحظ أن تكون زوجتي حاصلة على دكتوراه في الإحصاء الرياضي وبحوث العمليات، وأنها أيضاً أستاذة مشاركة في العمل الجامعي، وأنها معي في المشوار العلمي والذي كانت محطتنا في الولايات المتحدة الأمريكية للحصول على شهادتي الماجستير والدكتوراه وأملي كبير في أننا أسهمنا في سدّ ثغرة للمكتبة العربية في موضوع مهم كهذا تم إنجازه وظهوره لخير الوجود، كما أنني مثل كل مؤلف أكون قلقاً لعدم قدرتي في إعطاء حق علم المؤلف نفسه لذلك فإنني أحمل نفسي مسؤولية أي تقصير أو نقص أو قراءة فكرية لم استثمرها، شاكراً المهتمين بهذا الموضوع أن يقدروا هذا الجهد المتواضع الذي نقدمه ونحن نعيش مأزقاً تاريخياً ووطنياً وضميرياً، فالوطن - العراق - محتل ومشرد ومحزن وعلماؤه مشردون يبحثون عن بيوت ينسجونها أوطاناً هرباً من جحيم الموجات التترية الجديدة التي تستهدف الهوية والقيم والعلم والعلماء، نعيش لحظة متابعة فصول المسرحية التي يتعرض لها شعبنا العريض الذي يمثل نبض الأمة العربية ونكتب باليد أنين الصدر كلمات علومنا لأجيالنا القادمة التي ستثأر للأمة وتمحو بقايا شظايا الأذى ودهاليز الموت ... لكل هؤلاء من طلبتنا في كليات ومعاهد التربية والتعليم وأساتذتهم والعاملين في ميادين خدمة الأمة شكراً ثم شكراً لهم ...

والله ولي التوفيق

الباحثان

أ. د: طارق عبد الحميد البدري

أستاذ مشارك في الإدارة والقيادة التربوية

أ. م. د: سهيلة نجم العزاوي

أستاذ مشارك في الإحصاء الرياضي

وبحوث العمليات

الفصل الأول

مفاهيم حديثة في أهمية الإحصاء التربوي

الفصل الأول

مفاهيم حديثة في أهمية الإحصاء التربوي

مفهوم عام للإحصاء:

يلعب علم الإحصاء، في هذه الأيام، دوراً مهماً في تحليل واستخراج لمختلف البحوث والدراسات في شتى مجالات المعرفة، وكلمة إحصاء (Statistics) ليست حديثة، فقد كانت تعني جمع المعلومات والحقائق المتعلقة بشؤون الدولة، ولكن الجديد في موضوع علم الإحصاء أو كلمة (الإحصاء): هو « مجموعة الطرق والوسائل والقواعد والقوانين المبنية على التحليل المنطقي التي تستخدم كأفضل وسيلة لقياس وتحليل الظواهر والحقائق لاستخلاص النتائج ووضعها بصورة مناسبة لتوضيح العلاقة القائمة بينها ».

هناك تمارين كثيرة لعلم الإحصاء تختلف من حيث المفهوم والدقة والشمول باختلاف مراحل تطوره وأغراض استخدامه، فعندما كان يستخدم جمع المعلومات المتعلقة بالدولة كان يعرف بالحساب السياسي أو حساب الدولة، وسمي بعلم « العد » وذلك لكثرة ما يتداول أو يستخدم الأرقام والأعداد، كما سمي بعلم (الأوساط) نظراً لاهتمامه بالأسباط والمعدلات للمعلومات التي يبحثها، وما اشتهر به علم الإحصاء أنه علم الأعداد الكبيرة.

والإحصاء في الوقت الحاضر علم له قواعده وقوانينه كما أنه طريقة علمية تستخدم على الأغلب الأرقام لتحليل الصفات والظواهر للبيانات التي يراد بحثها ثم تجد النتائج الرقمية اللازمة لقياس وتفسير الظواهر.

من هذه النظرة يمكن اعتبار علم الإحصاء وسيلة وليس غرضاً، فهو في هذا مجال كالرياضيات يستخدم كوسيلة تساعد الباحثين والمختصين في كافة العلوم سواء كانت طبيعية أو إنسانية على تفهم وإنجاز ودراسة البحث بأيسر طريقة وأقل كلفة وجهد وأقصر مدة. إن هذه الصفات الجيدة لعلم الإحصاء جعلت الإقبال عليه واستخدامه في تزايد مستمر سواء كان ذلك في العلوم الاجتماعية أو التربوية أو الاقتصادية التي اهتمت به كثيراً، أو التي استخدمت الطرق الإحصائية لدراسة مختلف الظواهر، كزيادة السكان، الجريمة، الطلاق، الزواج، الرسوب في الامتحانات، السلوك المنحرف، تقلبات الأسعار وغيرها من الظواهر.

وخلاصة القول إن الإحصاء الاجتماعي والتربوي يدرس الوسائل التي تؤدي إلى قياس الوقائع الاجتماعية والتربوية والتعبير عنها بلغة الأرقام أو ترجمتها على شكل رسوم بيانية.

الطريقة العلمية المنهجية للبحث العلمي:

وهي طريقة من طرق البحث تتألف من عدة مراحل معينة يسير البحث العلمي المنتظم بحسبها عند دراسة مشكلة أو مسألة أو فرضية وتتلخص خطوات هذه الطريقة بما يأتي:

١ - تحديد المشكلة ووضع الفروض: نتيجة للخبرة السابقة لدى الباحث في موضوع البحث وما يتعلق به من عوامل وأسباب فإنه يضع فرضاً عن النتائج التي سيحل عليها، وقد يكون الفرض موجوداً والباحث يعمل دراسته لنفيه أو تثبيته ، ويجب أن يتصف الباحث بالحياد فيقوم بتأييد الفرض أو تفنده بتجرد فلا يحاول إثبات صحته عن طريق جمع الحقائق المؤيدة للفرض ولا التشكيك بصحته عن طريق إهمال الحقائق التي لا تتنافى معه أو تعارضه أي جمع المعلومات المعارضة له فقط.

٢ - جمع المعلومات والبيانات عن المشكلة محل البحث: تعتبر هذه المرحلة من أهم المراحل فدقة المعلومات التي تجمع عن طريق المشاهدة والقياس أو التجريب تتوقف عليها نتائج تحليل هذه البيانات المجموعة وبالتالي الاعتماد على تلك النتائج.

٣ - تبويب المعلومات: يتعذر على الباحث أن يدرك ويكتشف ما تتضمنه البيانات والمعلومات المجموعة بملاحظاتها بالشكل الأول أو البدائي التي أتت فيه، ولا سيما إذا كانت كثيرة ولهذا يلجأ إلى فرز هذه البيانات وتبويبها وعرضها ملخصة في جداول بسيطة وفق تصنيف معين.

٤ - التحليل وتعميم النتائج: بعد الانتهاء من تبويب المعلومات ووضعها بشكل قريب ومفهوم يقوم الباحث بتحليلها والتوصل إلى نتائج، وعندما يتأكد من صحة هذه النتائج يستطيع تعميمها على الظواهر المماثلة التي تخضع لنفس ظروف الظاهرة التي قام بدراستها، فإن انطبقت النتائج على جميع الظواهر المماثلة أصبحت قاعدة أو قانوناً علمياً يساعد على التنبؤ بكيفية حدوث ظاهرة معينة في ظروف معينة.

الإحصاء كأسلوب منهجي:

هي الطريقة العلمية الخاصة بمعالجة النواحي الخاضعة للتحليل الكمي القياسي (الأرقام) ولهذا فإن إمكانيات تطبيق الطريقة الإحصائية مرهون بإمكانية التعبير عن الظواهر تعبيراً رقمياً، فمثلاً لم يكن من الممكن تطبيق الطريقة الإحصائية في البحوث الاقتصادية في السابق لعدم إمكان قياس كثير من الظواهر الاقتصادية قياساً رقمياً دقيقاً وعليه فقد كان البحث في علم الاقتصاد يعتمد على أساليب التحليل الاستنباطي ثم الاستقرار الوصفي ولكن بتقدم علم الاقتصاد وتقدم طرق القياس فيه أصبحت ظواهر اقتصادية كثيرة تخضع للتحليل الكمي القياسي ويعبر عنها بالأرقام كالأسعار والدخول والإنتاج والاستهلاك والصادرات والواردات وغيرها من الظواهر والمتغيرات الاقتصادية وعليه فقد أمكن تطبيق الطريقة الإحصائية في مجالات كثيرة في العلوم التربوية والاجتماعية.

تمتاز الطريقة الإحصائية بكونها تهيئ أسلوباً موضوعياً محايداً للبحث له عن قواعده وأصوله التي يجب أن يلتزم بها الباحث حتى يتجنب التحيز الشخصي والوقوع في بعض الأخطاء. وطبيعي أن تلاقي هذه الطريقة من الاهتمام والانتشار في مختلف مجالات البحث. فكل الباحثين في هذه الأيام يريدون الوصول إلى النتائج الدقيقة ولكل المشاكل العملية والعلمية التي يواجهونها بأقصر طرق وأقل تكلفة، وهذا ما تهيؤه لهم اتباع الطريقة الإحصائية كما تم ذكره وعلى هذا يمكن كتابة المراحل لهذه الطريقة بما يأتي:

١ - جمع البيانات.

٢ - تصنيف البيانات وتبويبها.

٣ - عرض البيانات.

٤ - حساب المؤشرات أو المعالم البيانية.

٥ - التفسير والتنبؤ.

صياغة البحث العلمي:

هناك اعتبارات كثيرة يتوقف عليها تصميم البحث ففي كل تصميم يلزم الباحث أن يأخذ بعين بالاعتبار أن الحصول على البيانات يجب أن يتم بأقصر وقت وأقل جهد وتكلفة، ومن الأصول التي تراعي عند تصميم البحث هي:

أولاً - تحديد الغرض من البحث:

من البديهي أن يكون الهدف محدداً تحديداً واضحاً، معروفة أهدافه وأوجه الاستفادة من نتائجه.

ثانياً - تحديد إمكانية التنفيذ العلمي:

فقد يصعب تنفيذ بحث لعدم توفر الامكانيات المالية أو البشرية (العدادون والمختصون الآخرون الذين يحتاجهم البحث) ،أو بسبب تعذر جمع البيانات الدقيقة بالنظر لتوقع الباحث من تردد الأفراد في إعطاء بيانات صحيحة.

ثالثاً - تحديد إطار البحث:

من المهم أن يحدد الباحث نوع وطبيعة مجال البحث، أو المجتمع الإحصائي والذي هو عبارة عن مجموعة وحدات أو مفردات ذات صفة أو صفات مشتركة، فمثلاً إذا كان البحث يتعلق بأحوال كلية جامعة التحدي فإن المجتمع الإحصائي هو جميع الطلبة في جامعة التحدي والمفردة الطالب أو الطالبة في هذا المجتمع، وإذا كان البحث حول العائلة الفلاحة في ليبيا فالمجتمع الإحصائي هو العوائل الفلاحة الساكنة في ليبيا والوحدة الإحصائية في هذا المجتمع العائلة الواحدة.

رابعاً - تحديد الأسلوب الذي يجب اتباعه لجمع البيانات:

هناك أسلوبان يستخدمان لجمع البيانات هما:

- أسلوب التسجيل الشامل.
- أسلوب العينات.

وسوف يأتي شرح هذين الأسلوبين لاحقاً وبشكل مفصل.

أدوات البحث العلمي ومصادر الحصول على المعلومات والبيانات:

يحتاج كل باحث يريد تطبيق الطريقة الاحصائية المناسبة إلى جمع بيانات حول موضوع بحثه لغرض التحليل الإحصائي، ويمكن أن تكون هذه البيانات من أحد المصدرين الاثنين:

الأول: المصدر التاريخي وتشمل البيانات المنشورة أو المحفوظة والتي تجمع إما من نتائج أو استقصاءات قامت بها أجهزة الدولة المختلفة، أو قامت بها هيئات أهلية لأغراض تهمها، أو تجمعت هذه البيانات لدى الدولة بحكم وظائفها الإدارية، ومن أمثلة هذه المصادر تعداد السكان، إحصاءات الإنتاج الصناعي والزراعي، الصادرات والواردات، تسجيل حالات الزواج والمواليد والوفيات ... إلخ. إن هذه البيانات التي تجمع بهذا الأسلوب تسمى (البيانات الثانوية).

الثاني: مصادر الميدان، وهي أن يقوم الباحث بجمع البيانات اللازمة من مصادرها الأصلية بطريقة المراسلة أو المواجهة ويلجأ الباحث إلى هذه الطريقة عندما لا تتوفر لديه البيانات اللازمة للبحث في المصادر التاريخية، أو إذا كانت البيانات الموجودة في تلك المصادر لا تتفق وأغراض البحث من حيث الدقة وكفاية المعلومات. إن البيانات التي تجمع بهذا الأسلوب تسمى (بالبيانات الأولية).

إن مرحلة جمع البيانات تعتبر من أهم مراحل الطريقة الإحصائية، لأن دقة البيانات التي جمعت تعتمد على التحليل والتفسير، وتتألف مرحلة جمع البيانات من عدة خطوات أهمها:

- تحديد مجال البحث.
- دراسة مجتمع.
- دراسة الامكانيات المادية والفنية والزمنية.
- تحديد حجم العينة.
- اختيار طريقة جمع البيانات.

تبويب المعلومات والبيانات الإحصائية:

يصعب على الباحث أن يستنتج شيئاً من البيانات بصورتها الأولية غير المبوبة، ولا سيما عندما تكون كمية كبيرة من البيانات. ولهذا فإن هذه البيانات الأولية تمر بمراحل بقصد تخليصها وتوضيحها حتى يمكن التعرف على ما تحتويه هذه البيانات من أغراض ومن أهم هذه المراحل هي ما يلي:

أولاً - مراجعة البيانات:

بعد الانتهاء من جمع الاستمارات الاستبيانية تأتي مرحلة المراجعة، وفي هذه المرحلة نقوم بفحص الاستمارة الاستبيانية ذات الإجابات الصحيحة الكاملة، ونستبعد الاستمارات الناقصة وذات الإجابات غير الصحيحة.

ثانياً - تصنيف البيانات:

هي عملية فرز البيانات التي جمعت ورجعت وحولت إلى مجاميع صغيرة أو أصناف على أساس قاعدة معينة، كاشتراكها في بعض الصفات والخصائص كالمهنة أو الجنس أو الحالة المدنية أو السن أو القيمة أو الوزن وذلك حسب ما يتطلب البحث.

ويعتبر التصنيف جزءاً أساسياً من عملية التبويب، ويلي ذلك تفرغ البيانات الإحصائية بالجداول التي تسمى (بالجداول الإحصائية).

ثالثاً - الجدول الإحصائي:

يسمى الترتيب الذي توضع فيه البيانات المفروزة بالجدول الإحصائي، والجداول الإحصائية على أنواع كثيرة ومختلفة يصلح كل نوع منها للاستخدام في حالات معينة، ولكن جميعها تهدف إلى إبراز البيانات وتوضيحها في أضيق حيز وأصغر حجم.

رابعاً - التبويب الإحصائي:

يعرف التبويب الإحصائي بأنه تصنيف وتفريغ البيانات في جداول إحصائية، ويختلف أسلوب التبويب تبعاً لاختلاف طبيعة البيانات المراد تبويبها، وبحسب الكيفية التي تستخدم بها البيانات، وبعد تبويبها وفق الأسس التي يعتمد عليها التبويب حسب التقويم الزمني والجغرافي والكمي والوصفي للبيانات وفيما يلي شرح موجز لأنواع معينة من التبويب الإحصائي:

١ - التبويب الزمني:

التويب الزمني هو فرز البيانات إلى مجموعات على أساس أن كل مجموعة منها تعود إلى وحدة زمنية معينة، كالشهر، أو السنة كما هو موضح في الجدول (١-١) الآتي الذي يبين الوحدات الزراعية (المكائن) وسنة استخدامها.

جدول (١-١)

السنة التي استخدمت المكائن لأول مرة	عدد الوحدات الزراعية (عدد المكائن)
١٩٥٠	٥٢٣
١٩٥١	٩٩٤
١٩٥٢	٩٠٣
١٩٥٣	١٥٩٣
١٩٥٤	١٤٨١
١٩٥٥	٢٣٣٤
١٩٥٦	٢٢١٢

٢ - التبويب الجغرافي:

إن أساس التبويب الجغرافي هو تقسيم البيانات إلى مجموعات كل منها خاص بوحدة جغرافية معينة، مثال على ذلك الجدول (١-٢) التالي الذي يوضح كمية التبغ في جميع مخازن التبغ خلال شهر أيلول ١٩٨٤م:

جدول (١-٢)

المنطقة	التبغ بالكيلو غرام
طرابلس	٥٠٥٠٢٧
سبها	٤١٥٢٨
ودان	٣٠٧٨٠
بنغازي	١٧٢٥٣٧
مصراته	١٩٧٥
زليتن	٢٩١٢

٣ - التبويب الكمي:

تقسيم البيانات حسب التبويب الكمي إلى مجموعة تضم كل منها مدى محدوداً من قيم الظاهرة كما هو الجدول (١-٣) الآتي الذي يوضح توزيع الأجور في أحد المصانع:

جدول (١-٣)

الأجر اليومي بالدينار	عدد العمال
أقل من ١٥٠٠	١٨٥
١٥٠٠ وأقل من ١٧٥٠	٩٠
١٧٥٠ وأقل من ٢٠٠٠	٢٤
٢٠٠٠ فأكثر	١٥

تصميم الاستمارات الإحصائية والتفريغ الإحصائي:

يحتاج الباحث إلى جمع البيانات بطريقة المقابلة أو بطريقة المراسلة إلى تصميم الأسئلة حسب نوع البيانات المحددة، وتسمى الورقة التي تحتوي على هذه الأسئلة بالاستمارة الإحصائية (استبانة). إن تصميم الاستمارة الإحصائية تعتبر من أهم الخطوات لإنجاح البحث وتحتاج إلى معرفة لأصول الاتصال بالأفراد وصياغة الأسئلة، وبالرغم من أن الاستمارات يختلف تصميها، إلا أن هناك قواعد وشروطاً ينبغي الالتزام بها حتى يأخذ التصميم لهذه الاستمارة دوراً في إنجاح البحث، وقبل استخدام استمارة البحث يجب التأكد من صلاحيتها ويتم ذلك بتوزيع عدد محدد من الاستمارة على عينة صغيرة تشابه المجتمع الذي يراد دراسته، ومن إجابات هذه الاستمارة يمكن التعرف على الصعوبات التي يجدها المبحوثون (المستجيبون) بمعنى التحقق من صدق وثبات الاستمارة.

هناك عدة طرق لجمع البيانات إلا أن أهمها هي طريقة الاستمارة الإحصائية وخاصة عند القيام ببحث كبير يحتوي على بيانات كثيرة وأفراد عديدين ويتم استيفاء الاستمارة الإحصائية بإحدى الطرق الآتية:

١ - المقابلة الشخصية.

٢ - المراسلة (عن طريق البريد).

٣ - عن طريق الهاتف.

يحتاج الباحث لجمع البيانات بطريقة المقابلة أو بطريقة المراسلة إلى تصميم أسئلة حسب نوع البيانات المطلوبة، وتسمى الورقة التي تحتوي على هذه الاستمارة (بالاستمارة الاحصائية).

ولتصميم الاستمارة الإحصائية يجب على الباحث عمل الآتي:

أ - وضع مقدمة إيضاحية تكتب بأسلوب يستميل الشخص الذي تأخذ منه المعلومات ويشجعه للإجابة عن الأسئلة وملء الاستمارة بمعلومات صحيحة وصريحة.

ب - القسم الأول من الاستمارة يحتوي على معلومات أولية عن المبحوث ودون ذكر اسمه.

جـ- القسم الثاني من الاستمارة يحتوي على الأسئلة المتعلقة بالبحث وهذه الأسئلة يجب أن تراعي ما يلي:

١ - أن تكون الأسئلة متوسطة العدد لا كثيرة بحيث يمل الشخص المجيبب وتكون إجاباته عندئذ غير متقنة، ولا قليلة بحيث لا تفي بإعطاء جميع البيانات.

٢ - أن تكون واضحة المعنى لا لبس فيها ولا غموض فلا يضل الشخص، فلا يسأل مثلاً عما إذا كان متديناً أم لا، لأن التدين على درجات متفاوتة يختلف تقدير الناس لها اختلافاً كبيراً.

٣ - أن يتضمن السؤال إجابة واحدة.

٤ - أن يتطلب السؤال إجابة قصيرة وتفضل الأسئلة التي يمكن الإجابة عليها بنعم أو لا.

٥ - أن تبتعد الأسئلة من أن تكون مثيرة لغضب من يملءَ الاستبيان أو أن تكون داعية إلى اشمئزازه.

٦ - أن تتكرر بعض الأسئلة بصيغ مختلفة على أن تكون متباعدة وذلك عندما يرد بيانات دقيقة حول نقطة مهمة بالبحث.

٧ - يجب مراعاة ظروف تفريغ وتصنيف وتبويب الاستمارات وخاصة عند استعمال المكائن الاحصائية، أو يجب أن تكون الأسئلة في الاستمارة ملائمة للبطاقات في الماكينة.

ومن المهم والمناسب أن يسبق التصميم النهائي للاستمارة الاحصائية اختيار أو تجربة باستمارة أولية تجمع بواسطتها البيانات من منطقة صغيرة مما يحتويه مجال البحث وذلك للتأكد من صلاحية الاستمارة وتحديد وتبديل بعض الأسئلة إذا لوحظ بأنها ناقصة أو غير صالحة.

تملأ الاستمارة الإحصائية من قبل الشخص الذي وزعت عليه سواء أعطت له باليد أو عن طريق المراسلة، وتسمى الاستمارة عندئذ بـ (صحيفة الاستبيان)، ويقوم الباحث بملأ تلك الاستمارة وتسمى هذه الحالة بكشف البحث وليس ذلك فرقاً بين الحالتين.

هناك استمارات إحصائية كثيرة ومتنوعة يختلف تصميمها باختلاف الهدف الذي صممت من أجله وتقسم بصفتين - بسيطة أو مركبة - الاستمارات البسيطة كشهادة الميلاد، استمارات القبول في المدارس أو الكليات، أما غير البسيطة مثل استمارة تعداد السكان، استمارة ميزانية الأسرة.

تفريغ بيانات الاستمارات الإحصائية:

بعد أن يجمع الباحث البيانات التي يريدها قد يرى أنه من الصعب عليه أن يستوعب هذه البيانات على ما هي عليه دون أن يضعها في صورة مبسطة يسهل معها دراستها، فإذا كان الباحث يجمع بيانات عن آلية السكان مثلاً من حيث التعليم والزواج والحالة الاقتصادية، فإنه يتعذر عليه الوصول إلى الحقائق التي يجيب عنها إذا ما قام بدراسة الاستمارات حالة بعد أخرى، وعلى ذلك يضطر إلى البحث عن أسلوب يعرض به هذه البيانات بطريقة سهلة وواضحة، وذلك بتبويبها وتقسيمها إلى مجموعات متشابهة.

وطريقة التقسيم أو التصنيف هذه تتوقف على الغرض من الدراسة فإن على الباحث تحديد الطريقة بالنسبة لتحديد نوع الدراسة فإنه يقوم بعد ذلك بفرز الاستمارات حسب هذا التقسيم ويعد مفردات كل قسم على حدة فيحصل على الأرقام التي تظهر في الجداول، وهذه العملية يمكن إجراؤها بسهولة إذا كان عدد الكشف صغيراً وكانت البيانات بسيطة وغير معقدة ومرهقة، أما إذا كان عدد الاستمارات كبيراً، أو البيانات كثيرة، فلابد من استخدام الوسائل الآتية:

أنواع التفريغ:

ولوضع البيانات في جداول تكرارية، نرسم جدولاً ذا ثلاثة أعمدة يشمل أولهما الفئات، وثانيهما العلامات، وثالثهما التكرارات، ثم نكتب في العمود الأول الفئات مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً ويفضل في كثير من الأحيان الترتيب التصاعدي.

ويعد كتابة الفئات بالعمود الأول إلى البيانات الأصلية ونأخذها واحدة فواحدة، وبالترتيب، نضع علامة بالعمود الثاني بالجدول لكل مفردة أمام الفئة التي تقع فيها هذه المفردة ومنعاً من اختلاط العلامات ببعضها البعض، وتفادياً لصعوبة عدها عند الانتهاء من وضعها يحسن أن نضعها على صورة مجموعات كل منها مكون من خمس علامات، أربع منها رأسية، والخامسة مائلة (////) بحيث نقطع الأربع جميعها، فتصبح العلامات على صورة حزمة تحتوي كل منها على خمس منها فتدل على خمس مفردات من المجموعة ويسهل عد العلامات في النهاية.

وإذا ما انتهينا من وضع علامات بدلاً من جميع المفردات ملأنا العمود الأخير من الجدول بعدد العلامات الموجودة في كل منه، ولضمان دقة وضع العلامات تجمع التكرارات في العمود الأخير لنحصل على التكرار الكلي الذي يجب أن يطابق العدد الأصلي لمفردات المجموعة ولو أن هذا لا يدل على أكثر من أننا أخذنا جميع المفردات فعلاً، فهو لا ينفي احتمال وضع علامة أو أكثر من غير مكانها الصحيح من الفئات.

وهذه الطريقة كانت شائعة قبل اكتشاف واستخدام الجدولة الآلية وتتطلب وضع

جداول فارغة للعد تتضمن أعمدة وخطوط ومثال ذلك الجدول (١-٤) التالي الذي يوضع التوزيع التكراري لعدد من الأحداث المنحرفين حسب دخل الأسرة.

جدول (١-٤)

دخل الأسرة	التكرار (الإشارات)	العدد
	////	
أقل من ١٠ دنانير	//// //// //// //// //// //// ////	٣٩
١٠ – ٢٠	//// //// //// //// //// ////	٥٥
	//// //// //// //// ////	
٢٠ – ٣٠	//// //// //// //// //// ////	٢٨
٣٠ – ٤٠	//// //// //// //// //// ////	٥٦
	//// //// //// //// /	
٤٠ فأكثر	//// //// //	١٢
المجموع		١٩٠

ويلاحظ في هذا الجدول أن أقل قيمة للتصنيف وأعلى قيمة محددتان في الجدول وأن الفترات تسير بتتابع منتظم أي أن مدى الفئات متساوية، ولكن يحدث في كثير من الأحيان أن يفضل الباحث تصنيف بياناته في جداول ليس فيها هاتان الميزتان، ومثال ذلك الجدول (١-٥) التالي الذي يوضح التوزيع التكراري لنفس الحالات السابقة (الأحداث المنحرفين) إذ اعتمد الباحث على مستوى التحصيل الدراسي كأساس بتصنيف الحالات.

جدول (١-٥)

العمر	التكرار	العدد
أقل من ٦ سنوات	ـــــــــــ	٥٥
٦ - ١٢	//// //// //// //// //// //// //// ////	٣٩
١٢ - ١٨	//// //// //// //// //// //// //// //// //// //// //// /	٥٦
١٨ - ٢٤	//// //// //// //// //// //// //// //	٧٣
٢٤ - ٣٠	//// //// //// //// //// //// //// //// //// //// ////	٥٨
المجموع		١٩٠

الرسوم البيانية:

يعتبر الجدول، كما أشرنا سلفاً بمثابة أسلوب لعرض أو إظهار البيانات الرقمية المرتبة بأسلوب منسق في أعمدة لكل منها عنواناً (رأسياً) وصفوفاً (أفقياً) ويشير الجدول البسيط في حسابات بسيطة التكرار التي حدثت بها الفئات المختلفة في كل مجموعة من البيانات.

والجدول كما أوضحنا تعد بمثابة وسيلة لعرض البيانات وتقديمها في صورة مختصرة وعلى نحو يسهل عملية المعالجة الإحصائية واستخلاص النتائج، وقد نعرض البيانات بطبيعة الحال، بأساليب أخرى، بمعنى أنه بدلاً من عرضها في صورة جدول يمكننا أن نعرضها في صورة رسم أو خط بياني، ومثل هذه الرسوم أو الخطوط البيانية لها ميزة أنها تعمل على نقل المعلومات للأشخاص ذوي المعرفة الأقل، غير أن لها حدودها التي تجعلها غير مفيدة كأساسات للمعالجات الإحصائية.

العرض البياني:

إذا توافرت لدينا مجموعة من البيانات فإنه يلزم تنظيمها بطريقة تساعد على الإلمام والاستفادة منها، فقد يجد بعض الناس صعوبة ظاهرة في فهم أو تتبع مجموعة من الأرقام،

أولاً يستهويهم العرض بالأرقام. هذا بينما نجد أن الرسوم التوضيحية تساعد على تفهم الظاهرة المدروسة بمجرد النظر إليها. واستخدام الرسوم والأشكال البيانية شائع، فكثير ما نلاحظ في النشرات والإعلانات ذلك.

لذلك تختلف هذه الرسوم والأشكال البيانية التي يمكن استخدامها في العرض البياني باختلاف البيانات المراد عرضها.

ونعرض فيما يلي أهم الأشكال والرسوم البينية التي هي شائعة الاستعمال في الإحصاءات الاجتماعية والتربوية وهي:

١ - الخط البياني.

٢ - الأعمدة البيانية.

٣ - الرسوم الدائرية.

٤ - المدرج التكراري.

٥ - المضلع التكراري.

٦ - المنحنى التكراري.

وسنوضح ذلك بالتفصيل في الفصول القادمة.

جداول البيانات الإحصائية وتعريف المفاهيم الإحصائية:

لتحقيق إجراءات الدراسة التي يقوم بها الباحثون عادة، فإنه يلزم القيام بجمع بيانات عن الدراسة وتحليلها بشكل دقيق وشامل. ومن الأهمية بمكان أن يعرف الباحث نفسه طريقة معالجته للبيانات التي تم جمعها بحيث يمكنه استخلاص مؤشرات نافعة تفيده في تأييد صحة فرضياته أو دحضها. ومن هنا يأتي علم الإحصاء بشقيه الوصفي والتحليلي أو الاستدلالي ليزود الباحث بأنجح الطرق وأدقها في تحليل وتفسير بياناته.

والإحصاء لغة العد الشامل لمعلومات رقمية يتم عرضها في جداول ورسوم بيانية ومعرفة مدى تجمعها وتشتتها وارتباطها، ويشار إلى الإحصاء عادة بأنه العلم الذي يمثل مجموعة الطرق المستعملة في تحليل البيانات المتوفرة واتخاذ القرارات المنطقية في المواجهة العشوائية في الظواهر المختلفة التي تحيط بها (Gay١٩٩٠).

الإحصاء والقياس والتقويم والاختبارات:

وكما ترى، فإن القياس يعني التكميم أي بإعاء معنى كمياً لسمات الفرد أو ما يحصله الفرد من سمات. وهذا المعنى للقياس يؤدي إلى ضرورة جمع البيانات التي هي قيم المشاهدات التي يلاحظها الباحث في بحوثه، ويجمعها الباحث من أفراد عينته الدراسية. أما اللغة التي تستعمل للتعامل مع هذه البيانات وإعاء معنى مفهوم لها هو الإحصاء.

تعريف علم الإحصاء والحاجة إليه:

يهتم الإحصاء بطرق جمع وتمثيل وتحليل وتفسير البيانات، أما جمع البيانات فهو عملية الحصول على القياسات أو التعدادات أو قيم المشاهدات للتجارب التي يجريها الإحصائي. وكلما كان جمع البيانات دقيقاً زادت ثقة الدارس بالاعتماد عليها، ولا يكون هناك تحليل صحيح للبيانات إذا كان هناك أخطاء في جمع تلك البيانات.

أما تحليل البيانات فهو عبارة عن إيجاد قيم لمقاييس واقتراحات معينة تتحدد قيمتها من البيانات قيد الداسة.

أما استقراء النتائج واتخاذ القرارات: فهو من أبرز أهداف علم الإحصاء وأكثرها فائدة، حيث يشمل معظم الدراسات الإحصائية، والنظريات القائمة عليها، والتطبيقات العملية لها. وهو يتألف باختصار من الاستنتاجات التي توصل إليها الباحث من تحليل بياناته وهي غالباً ما تكون على شكل تقديرات أو تنبؤات أو تعميمها أو قرارات رفض أو قبول للفرضيات الإحصائية (Hays ١٩٧٢) تعريف[1]:

الإحصاء هو العلم الذي يُعني بجمع البيانات وتبويبها وعرضها وتحليلها واستخراج النتائج والاستدلالات منها بغرض اتخاذ قرارات.

ومن هذا التعريف يمكن استخلاص الآتي: (عبد اللطيف عبد الفتاح وأحمد عمر، ١٩٧٣):

- إن الإحصاء لا يتناول دراسة مفردة بعينها، ولكنه يشمل المجتمعات بالدراسة، والمجتمع هنا يعني أن ينتمي لأفراد ما أو أشياء أو أدوات أو مفردات تجمع بها صفة أو صفات مشتركة بيد أن هذا لا يعني بالضرورة أن تجري دراسة المجتمعات على أساس من الشمول، ولكن دراسة مجتمع قد تكون على أساس عينة تسحب منه، كما قد تكون على أساس دراسة جميع المفردات التي يتكون منها ذلك المجتمع.

- إن الدراسة الراقية للمجتمعات تشمل البحث في أساليب جمع البيانات، ووسائل عرضها وتحليلها بهدف الوصول إلى نوع من المعرفة المبنية على أسس رقمية للمجتمعات.

- إن أسلوب الدراسة الإحصائية هو أسلوب رقمي، وهذا يعني أن كل مجتمع يمكن أن يقاس رقمياً سواء اعتمد هذا القياس على أسس كمية أو ترتيبة، فإن ذلك المجتمع يمكن أن يخضع للدراسة الإحصائية.

- إن جوهر علم الإحصاء هو دراسة التغيرات، فالمجتمعات كاملة التشابه أو التجانس يمكن دراستها من خلال خصيصة مفردة واحدة منها ولا محل لقيام دراسة إحصائية، وهذا ما دفع بعض الباحثين إلى تعريف علم الإحصاء بأنه علم دراسة التغيرات.

ومع أننا سوف لا نتناول الإحصاء بشكل تفصيلي في هذا المؤلف إلا أننا سوف نستعرض منه في هذه الوحدة عدد من الأمور التي تهم الباحث بشكل رئيسي في انجازه للبحث واتمام دراسته.

العلاقة بين الإحصاء وكل من القياس والتقويم والاختبارات:

يشير الباحثون إلى العلاقة القوية بين الإحصاء وكل ما القياس والتقويم والاختبارات، وذلك لكون الإحصاء أداة لجمع البيانات المتعلقة بهذه المواضيع، تبويب هذه البيانات وعرضها وتحليلها واستنباط النتائج واتخاذ القرارات بناء على ذلك. (Ebel ١٩٧٢)

يمكنك ملاحظة الموضوعات الإحصائية المستعملة في القياس والتقويم والاختبارات والتي لا حصر لها. مثل ذلك:

- جمع البيانات وتبويبها وعرضها.
- مقاييس النزعة المركزية.
- مقاييس التشتت.

- مقاييس العلاقة.
- مقاييس المواقع النسبية.
- وغير ذلك من الموضوعات.

إجراءات تبويب البيانات الأولية:

بعد أن يقوم الباحث بالحصول على البيانات باستعمال واحدة أو أكثر من وسائل جمع البيانات، كالملاحظة والمقابلة والاستبانة والاختبارات ... إلى غير ذلك من أدوات القياس المستخدمة في البحوث العلمية. وبعد جمع البيانات يصبح من الضروري عرضها بشكل يسهل استعمالها واستخلاص النتائج منها، وتوجد أكثر من طريقة لعرض البيانات أعد منها ما يلي (عبد اللطيف عبد الفتاح وأحمد عمر، ١٩٧٣).

- عرض البيانات إنشائياً: وبها يصف البحث بهذه الطريقة بياناته بجمل إنشائية توضح النتائج التي استخلصها منها.
- عرض البيانات في صورة جداول إحصائية: وهذه أكثر طرق عرض البيانات شيوعاً.
- عرض البيانات في صورة خريطة أو رسم بياني مناسب بحيث توضع مفردات البيانات على الرسم البياني ويحاول الباحث اكتشاف العلاقة بينها بمجرد النظر إليها.
- عرض البيانات الإحصائية ملخصة في صورة أو نسبة، باستخدام مقياس آخر من المقاييس الإحصائية المعروفة: كالوسط الحسابي أو الانحراف المعياري أو معامل الارتباط.
- عرض البيانات باستخدام أكثر من طريقة واحدة كأن يستخدم الباحث مثلاً الجداول الإحصائية والرسوم البيانية.

طريقة الجداول للبيانات الإحصائية Tabular Presentation:

تمر عملية العرض الجدولي للبيانات الإحصائية في مرحلتين متتابعتين هما:

- تصنيف أو تبويب البيانات وتفريغها.
- عرض البيانات في صورة جدول أو جداول إحصائية.

أولاً - تصنيف وتبويب البيانات:

ونعني بها عملية تجميع البيانات الإحصائية الواردة في الاستمارات الإحصائية في صورة مجموعات متشابهة في صفة واحدة أو أكثر بحيث يسهل استخلاص المعلومات اللازمة عن الظاهرة موضوع الدراسة.

ثانياً - عرض البيانات في صورة جدول جداول للبيانات الإحصائية:

تهدف الجداول الإحصائية إلى عرض البيانات الإحصائية العديدة بصورة سهلة واضحة مختصرة تسهل دراسة الظاهرة التي تهم البحث. وسواء كانت البيانات التي تصورها تلك الجداول بيانات نوعية أو وصفية (أي أنها تقسم الظاهرة أو المتغير الإحصائي إلى عدد من الأوجه كل يصف تلك الظاهرة تختلف اختلافاً واضحاً عما يعنيه أي وجه من الأوجة الأخرى للظاهرة)، أو بيانات كمية (بحيث تفرق بين صورة أو أخرى من صور المتغير على أساس كمي لا نوعي مثل: درجات الحرارة، حجم الأسرة)، فإن هناك قواعد عامة يجب مراعاتها عند إعداد أي جدول إحصائي، وهذه القواعد جدول رقم: (١-٦) (محمد مظلوم حمدي، ١٩٦٥)

جدول رقم (١ - ٦)

توزيع بيانات عينة فرضية مكونة من (١٦٠) شخصاً حسب الجنس والحالة الاجتماعية

الحالة الاجتماعية	الجنس			
	الذكــور		الإنــــاث	
	تفريغ البيانات	مجموع المفردات	تفريغ البيانات	مجموع المفردات
أعزب	///// ///// ///// //	١٧	///// ///// ///// ///// ///// /	٢٦
متزوج	///// ///// ///// ///// ///// ///// ////	٣٤	///// ///// ///// ///// ///// ///// ///// ////	٣٩
مطلق	///// ///	٨	///// ///// ///	١٣
أرمل	///// ///// /	١١	///// ///// //	١٢
المجموع		٧٠		٩٠

- **رقم الجدول Table Number**: يجب ترقيم كل جدول حتى تسهل الإشارة إليه وإذا كان هناك أكثر من جدول فإنها تعطى أرقاماً متتبعة حسب ترتيب ظهورها.

- **العنوان Title**: يعطي كل جدول عنواناً كاملاً لتسهيل مهمة استخراج المعلومات منه، ويبين العنوان ما يحتويه الجداول، ويكون مقتضباً قصيراً بقدر الإمكان. ويشمل العنوان على موضوع الجدول ويراعي فيه الاختصار الشديد والوضوح، كما تذكر وحدات القياس في العنوان كلما استدعى الأمر ذلك.

- **الهيكل الرئيسي Main Body**: يتكون الجدول من أعمدة Columns وصفوف Rows، ويعتبر ترتيب البيانات في الأعمدة والصفوف أهم خطوة في تكوين الجدول. ويراعي الترتيب المنطقي في تتابع الأعمدة والصفوف تسهيلاً لعقد المقارنات.

- **الأعمدة Columns**: لما كان الجدول يتكون أساساً من أعمدة وصفوف فإن لكل عمود عنوان يوضح محتوياته.

- **الحواشي Footnotes**: قد يحتوي الجدول على مفردات بيانات لا ينطبق عليها عنوان الجدول أو عنوان العمود أو جسم الجدول، وفي هذه الحالة تستعمل الحواشي لتوضيح هذه المفردات، وتوضع الحواشي تحت الجدول مباشرة بحيث تشير إلى أجزاء معينة من الجدول، ويمكن استخدام الأرقام، أو الحروف الأبجدية، أو استخدام نجمة (*) أو أكثر للدلالة على الحاشية أو الحواشي في الجدول.

- المصادر التي أخذت منها البيانات: قد تؤخذ بيانات الجدول من مصادر جاهزة، وعندئذ يجب إبراز المصدر الذي استقيت منه المعلومات الواردة في الجدول في أسفل الجدول.

التوزيعات التكرارية Frequency Distribution:

تعتبر طريقة التوزيع التكراري من طرق عرض البيانات الوصفية أو الكمية وتهدف إلى تبسيط العمليات الإحصائية وذلك بتبويبها في صورة مناسبة تيسر إجراءها بسرعة ودقة.

مثال (١):

إذا أردنا أن نحسب مرات تكرار كل عدد أو درجة من الأعداد أو الدرجات التالية:

٢، ٤، ٢، ٦، ٢، ٤، ٥، ٧، ٦، ٢، ٤، ٤، ٢، ٧ فإننا نرى أن:

- الدرجة (٢) تكررت (٥) مرات.
- والدرجة (٤) تكررت (٤) مرات.
- الدرجة (٥) تكررت مرة واحدة.
- الدرجة (٦) تكررت مرتين.
- الدرجة (٧) تكررت مرتين.

ويمكن تلخيص هذه البيانات على النحو التالي

(جدول رقم١-٧)

الدرجة	العلامات التكرارية	عدد التكرارات	مجموع الدرجات
٢	////	٥	١٠ = ٥ × ٢
٤	////	٤	١٦ = ٤ × ٤
٥	/	١	٥ = ١ × ٥
٦	//	٢	١٢ = ٢ × ٦
٧	//	٢	١٤ = ٢ × ٧

الفئات التكرارية:

١- إيجاد عدد الفئات:

عند التفكير في إيجاد عدد الفئات أو تحديد أطوالها يجب أن نأخذ بعين الاعتبار الأمرين التاليين:

إن جميع الأفراد الذين سيقعون في فئة معينة سيجري اعتبارهم متساوين من كافة الوجوه بصرف النظر عن الفروق البسيطة التي ربما تكون بينهم، وإنهم جميعاً سيعطون القيمة العددية نفسها والتي تساوي قيمة متوسط تلك الفئة. لذلك علينا أن نحرص على اختيار الفئات المختلفة بحيث تحوي كل واحدة منها قيماً متقاربة بعض الشيء.

ومن أجل الاختصار في حجم الجدول يفضل أن يكون عدد الفئات قليلاً شريطة أن لا يتعارض ذلك مع ما ورد في الشرط السابق، وأن لا يتسبب عند إضافة عدد كبير لماهية المعلومات وحقيقتها.

٢- تعيين طول الفئة:

عندما نفرغ من تحديد عدد الفئات التي سينقسم إليها المدى العام نكون بذلك قد خطونا الخطوة الرئيسة في تحديد طول الفئة أو اتساعها، بعد ذلك نقسم طول المدى العام

على عدد الفئات بالتساوي فينتج معنا طول الفئة الواحدة. وفي حالة تكون خارج القسمة عدداً كسرياً، فإنه يستحسن أن نقربه إلى أقرب عدد صحيح حتى ولو ترتب على ذلك زيادة أو نقصان طفيفين في عدد الفئات.

مثال (٢):

لو كانت أعلى قيمة وأصغرها هما ٩٢ ، ١٦ على الترتيب، فإن المدى العام يساوي:

٩٢ - ١٦ = ٧٦ وحدة.

ولو كان عدد الفئات المطلوبة هي ١٥ فئة، فإن طول الفئة يساوي:

٧٦ ÷ ١٥ = ٥,٠٥ وبالتقريب إلى أقرب عدد صحيح يصبح طول الفئة (٥) وحدات.

٣ - تعيين حدي الفئة:

وبعد أن نفرغ من تعيين مدى (أ) أو اتساعها تأتي مشكلة تعيين بداية كل واحدة منها وكذلك نهايتها. ولما كان هذا الأمر موضوع خلاف دائم بين المشتغلين في الأمور الإحصائية، حيث أنه لا يوجد هناك قانون عام يعيننا على الوصول إلى ذلك، فنحن مضطرون إلى الاعتماد الكلي على ظروف المسألة في الوصول إلى مثل هذا التحديد.

- فبعض الباحثين يحاولون جعل مراكز فئاتهم ويعينون بدايتها ونهايتها بحيث تجيء منتصفاتها مطابقة لأعداد صحيحة.
- والبعض الآخر يحاولون جعل مراكز فئاتهم مطابقة ما أمكن لمراكز التجمعات حتى تكون الفئة ممثلة أحسن تمثيل للبيانات الأصلية الواقعة فيها.

مثال (٣):

إذا أعطى امتحان موضوعي لمجموعة من الطلبة مؤلف من ٦٠ سؤالاً بحيث تكون الإجابة على كل سؤال منها إما صحيحة وإما خاطئة. فإن كل إجابة يمكن أن تأخذ العلامة (١) أو العلامة (صفر) حسب كونها صحيحة أو خاطئة، وبهذا فإن العلامات التي يمكن أن يأخذها أي طالب على هذا الامتحان لا تخرج عن كونها واحدة من العلامات التالية:

٠، ١، ٢، ٣، ٤ ..... ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠ فإن كانت الفئات الممثلة لعلامات مجموعة الطلبة على هذا الامتحان هي كما يلي:

- ٥ وأقل من ١٠ .
- ١٠ وأقل من ١٥ .
- ٢٠ وأقل من ٢٥ .... إلخ.

فإنه يمكن إعادة كتابتها بشكل أكثر وتحديداً على النحو التالي:

- ٥ – ٩ (٥ + ٩) ÷ ٢ = ٧
- ١٠ – ١٤ (١٠ + ١٤) ÷ ٢ = ١٢
- ١٥ – ١٩ (١٥ + ١٩) ÷ ٢ = ١٧

حيث أن حدي الفئة الأولى هما: ٥ ، ٩ ومفرداتها هي: ٥، ٦، ٧، ٨، ٩ وبذلك يكون مركزها: ٧ والشيء نفسه يقال عن الفئة الثانية حيث أن حديها هما ١٠ ، ١٤ ومفرداتها: ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤مما يجعل مركزها: ١٢ .

التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية:

يعتبر التوزيع التكراري الخطوة الأولى في أغلب العمليات الإحصائية، وقد سمي بهذا الاسم لأنه يقوم في جوهره على حساب مرات تكرار الأعداد أو الصفات، ويمكن إجراء هذا التمثيل عبر الطرق الآتية:

١ - طريقة الأعمدة:

يمكن استخدام طريقة الأعمدة في توضيح قيم ظاهرة ما في عدة فترات زمنية من أجل إبراز التغير الذي حدث فيها، وكذلك في قيم الأوجه المختلفة لظاهرة معية لإبراز المقارنة بين هذه الأوجه. وتتلخص هذه الطريقة بوضع المسميات على محرر أفقي أو عامودي ورسم مستطيل على كل مسمى يكون ارتفاعه ممثلاً للقيمة المقابلة لذلك المسمى، وذلك باستعمال مقياس رسم مناسب.

وتتميز هذه الطريقة في صلاحياتها لتمثيل التوزيعات التكرارية غير الرقمية والتوزيعات ذات القيم (غير المتصلة)، وتقوم على أساس تمثيل المتغير على المحور الأفقي والتكرارات على المحور الرأسي فيكون الشكل البياني عبارة عن مجموعة من الأشرطة تمثل قاعدة كل منها المتغير وارتفاعه أو طوله تكرار هذا المتغير.

مثال (٤):

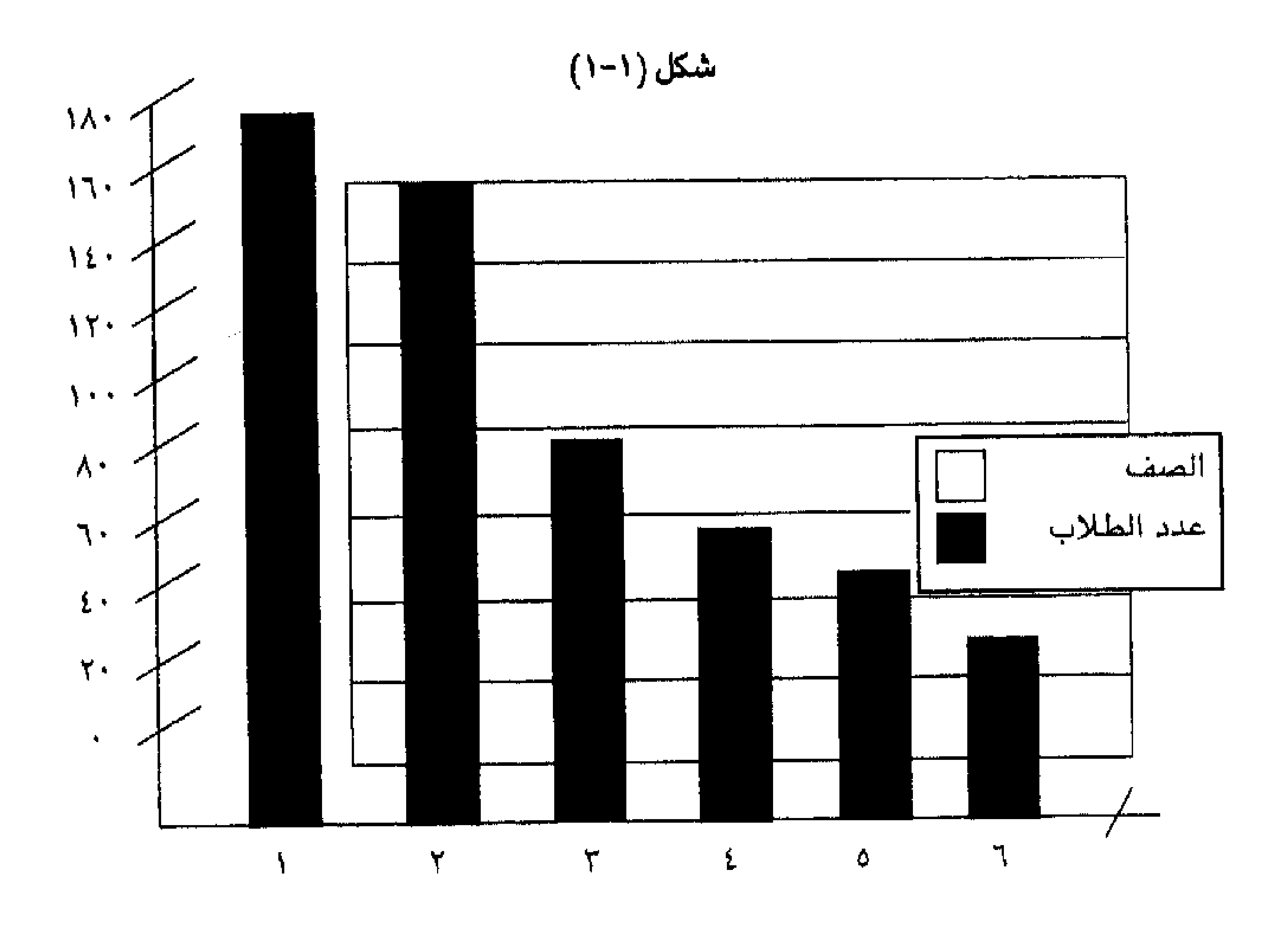
أعرض البيانات الواردة في الجدول التالية (١-٨) بطريقة المستطيلات:

عدد الطلبة في إحدى المدارس لعام ١٩٩٦م.

جدول (١-٨)

الصف	عدد الطلبة
١	١٦٤
٢	١٥٠
٣	٩٤
٤	٦٦
٥	٥٦
٦	٤٠

شكل (١-١)



٢ - طريقة الخط المنكسر (المضلع التكراري):

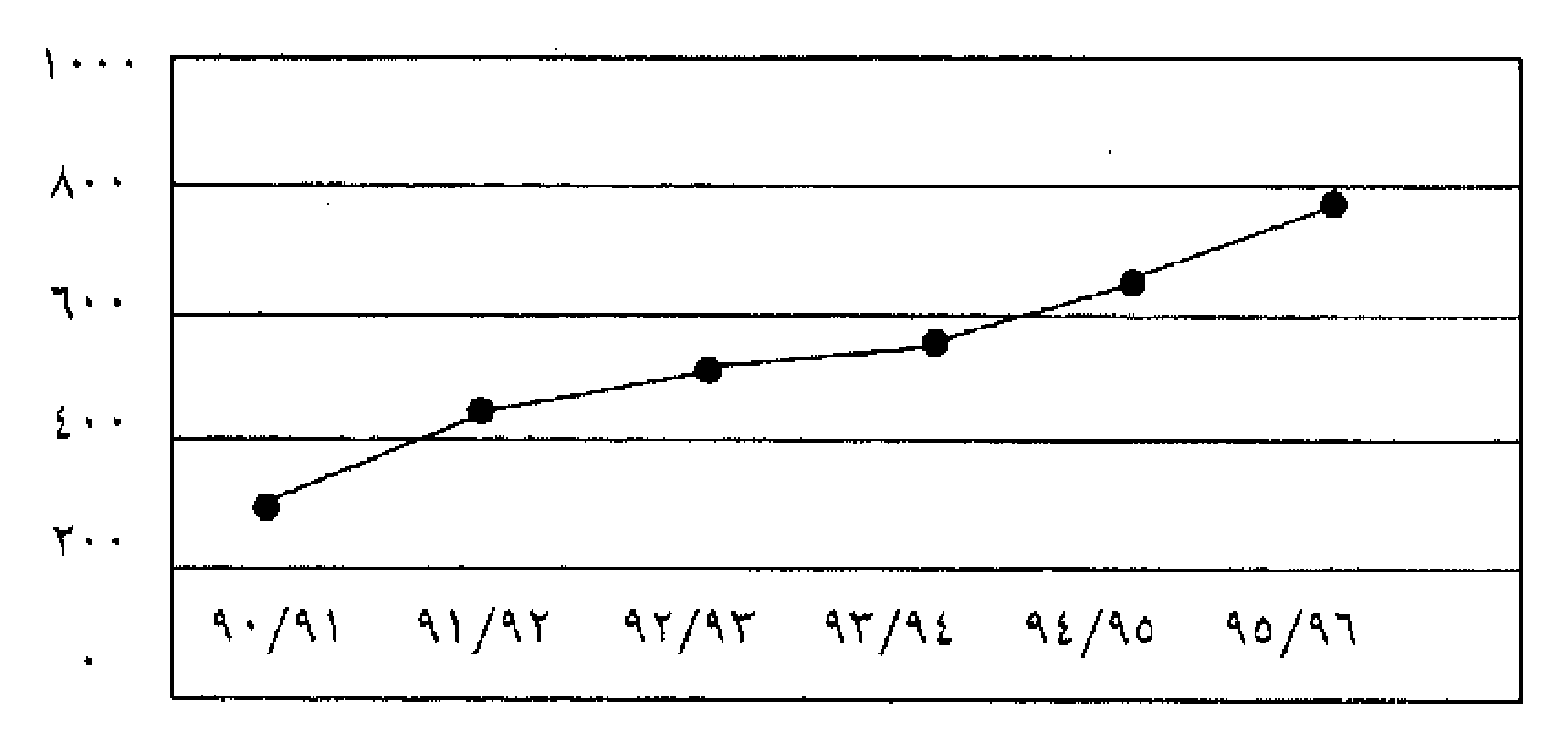
تستعمل هذه الطريقة لعرض البيانات الناتجة من تغير ظاهرة أو عدة ظواهر مع مسميات أو مع الزمن أو كلاهما، مثل تغير درجة حرارة المريض مع الساعات، أو تغير أعداد الطلبة مع السنوات، أو تغير الطلبة حسب الكليات، وتتميز هذه الطريقة في أنها تنحصر في تحديد مسافات على المحور الأفقي يمثل كل منها فئات التوزيع المطلوب رسمها. ثم وضع نقطة بأعلى مركز كل فئة بحيث يتناسب بعد النقطة عن مركز الفئة مع تكرارها ثم توصيل تلك النقط بخطوط منكسرة، ويقفل المدرج بافتراض وجود فئة سابقة للتوزيع وتكرارها يساوي (صفر)، وفئة لاحقة تكرارها أيضاً يساوي (صفر)، ثم نصل نهايتي المضلع بمركزي الفئتين، كما أن المساحة المحدودة بالمضطلع التكراري تسوي المساحة المحدودة بالمدرج أي تساوي مجموع التكرارات، لأن المضطلع يضيف أجزاء إلى مساحة المدرج ويستبعد أجزاء منها ومجموعة الأجزاء المضافة يساوي الأجز اء المستبعدة، وبذلك تبقى مساحة المدرج دون تغيير. (محمد ابو صالح وعدنان عوض، ١٩٩٠).

مثال (٥):

يمثل الشكل رقم (١-٢) أعداد الطلبة في إحدى كليات التربية خلال السنوات: ٩١/٩٠ - ٩٦/٩٥، اعرض هذه البيانات بطريقة الخط المنكسر:

شكل (١-٢)

عدد الطلبة



٣ - طريقة الخط المنحني (المنحنى التكراري):

هذه الطريقة تماثل طريقة الخط المنكسر ونحصل عليه بتمهيد الخط المنكسر ليصبح منحنياً، وتتميز هذه الطريقة في أنها : (محمد ابو صالح وعدنان عوض، ١٩٩٠).

أهم الطرق من الوجهة النظرية.

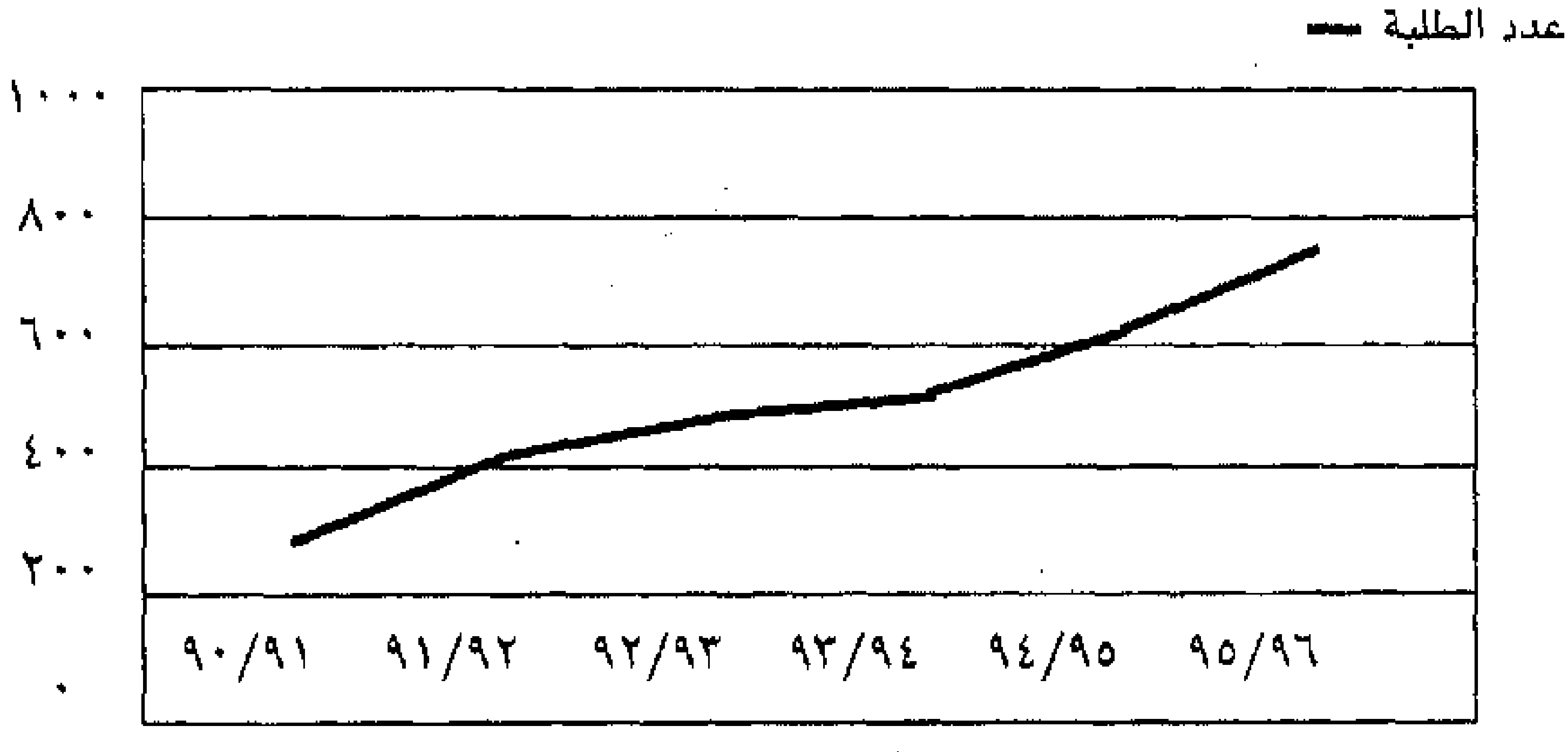
- تنحصر في تحديد أطوال الفئات المختلفة على المحور الأفقي ثم وضع نقط بأعلى مركز كل فئة بحيث يتناسب البعد بينها وبين المركز مع تكرار الفئة ثم نوصل النقط بخط ممهد.
- المساحة التي يحددها المنحنى لا تساوي مساحة المدرج، لأن المنحنى يضيف أجزاء ويستبعد أجزاء أخرى لا تساويها.
- تعطي الصورة العامة للعلاقة بين المتغير وتكراراته لا للتوزيع التكراري موضوع الدراسة فحسب، بل للتوزيع التكراري العام الذي اشتق منه هذا التوزيع.
- تقدم فكرة صادقة عن قانون التغير فيه أي منحنى تكراري لأي توزيع.

مثال (٦):

اعرض البيانات الواردة في المثال رقم (٥) بطريقة الخط المنحني على النحو التالي:

شكل (١-٣)

عدد الطلبة



٤ - طريقة الرسم البياني الدائري:

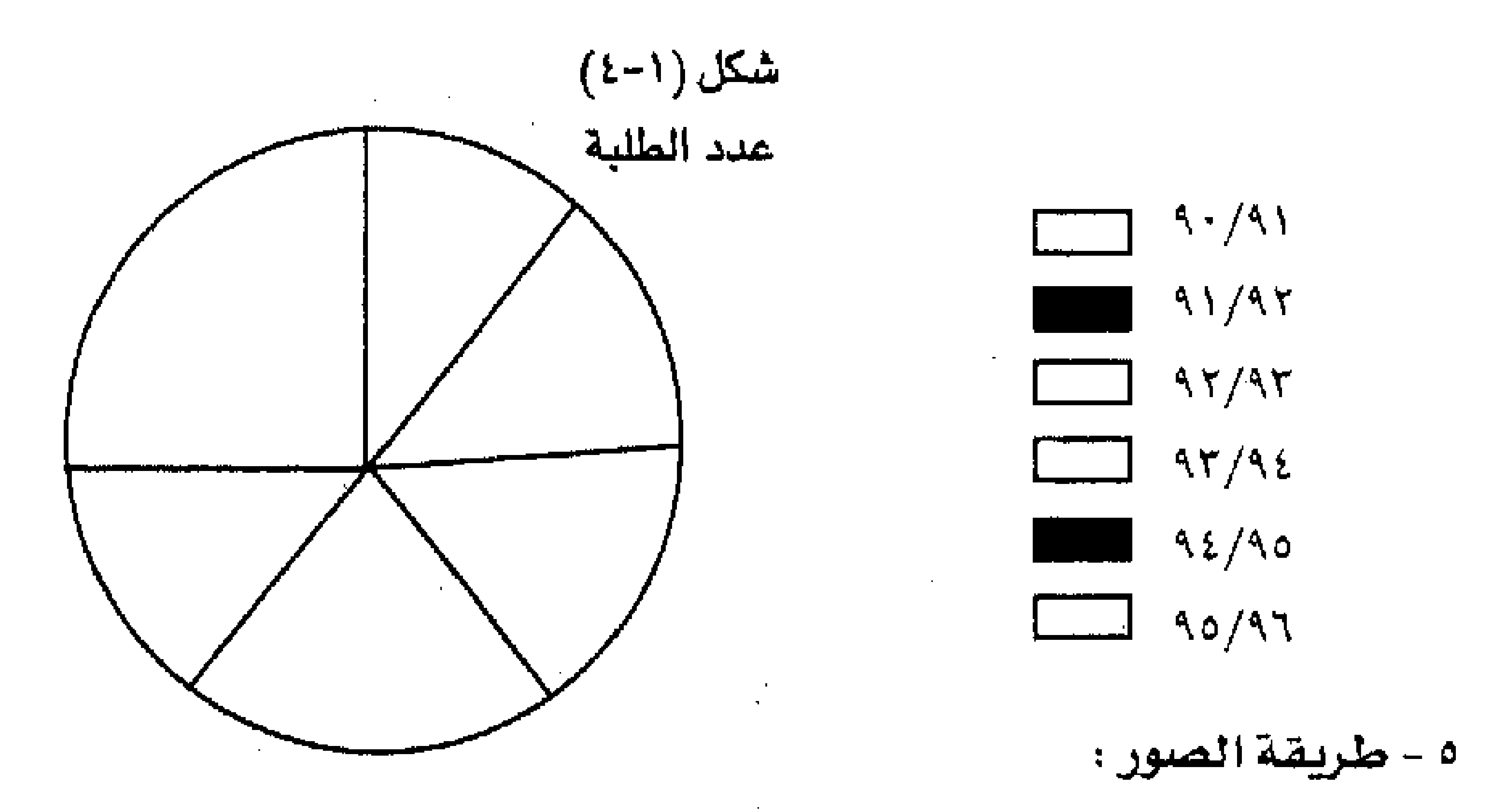
يستعمل هذا النمط من التمثيل البياني لتأكيد الأهمية النسبية لكل عنصر (تكرار) إذ يمثل الكل دائرة كاملة (١٠٠ ٪) وتقسم الدائرة بنسبة العناصر (التكرارات) في المجموع.

مثال (٧):

اعرض البيانات الواردة في المثال رقم (٥) بطريقة الدائرة.

شكل (١-٤)

عدد الطلبة



٥ - طريقة الصور :

وتستعمل هذه الطريقة لعرض البيانات بصورة مبسطة ومشوقة، كما هو الحال في التقارير الحكومية، وكتب علم النفس والدعاية وكتب الأطفال، فإذا أردنا عرض البيانات المتعلقة بقيمة الودائع السنوية في عدد من البنوك. فإننا نرسم صورة كيس نقود واحد ليمثل كل عشرة ملايين دينار أردني، فإذا بلغت الودائع في البنك (أ) قيمة ٥٠ مليون دينار أردني، فإننا نرسم خمسة أكياس لتمثل هذا المبلغ، وإذا كانت الودائع في البنك (ب) ما قيمته ٩٠ مليون دينار أردني نرسم صورة تسعة مقابل هذا البنك، وإذا بلغت قيمة الودائع في البنك (ج) ٣٥ مليون دينار أردني، فإننا نرسم ثلاثة أكياس ونصف الكيس مقابل ذلك البنك. وكما تلاحظ فإن هذا الطريقة ليست دقيقة كالطرق التي سبقتها.

مثال (٨):

اعرض البيانات الواردة في المثال رقم (٥) بطريقة الصور:

شكل (١-٥)

طريقة الصور

مستويات القياس:

١ - المستوى التصنيفي:

يمثل هذا المستوى تصنيف مجتمع الدراسة إلى فئات معينة على أساس سمة أو صفة أو خاصية (متغير) مثل:

أ - (ذكر - أنثى)، الجنسية (ليبي - مصري - ......)

ب - الحالة الاجتماعية (أعزب - متزوج - مطلق - ......)

جـ- المؤهل العلمي (بكالوريوس - ليسانس - ماجستير - ....)

د - لون الشعر (بني - أسود - أشقر - ....)

٢ - المستوى الترتيبي:

يتم تصنيف المجتمع إلى فئات معينة حسب سمة أو خاصية إضافة إلى خاصية الترتيب أو التدريج في السمة أو الخاصية مثل:

أ - الطبقة الاجتماعية (راقية - متوسطة - فقيرة).

ب- مستوى الذكاء (مرتفع - متوسط - منخفض).

جـ- الاتجاه نحو الرياضيات (موجب - سالب).

٣ - المستوى الفئوي:

ويشمل خصائص المقياس التصنيفي والترتيبي فضلاً عن تساوي الفئات في هذا المقياس مثل: تقسيم أطول مجموعة من الطلاب إلى فئات كالتالي:

١١٠ - ١٢٠ - ١٢١ - ١٣١ - ١٣٢ - ١٤٢ - ....

عرض البيانات:

يمكن تقسيم البيانات إلى نوعين:

١ - بيانات وصفية:

هي تعبر عن الظاهرة بوصفها بكلمات أو ألفاظ مثل نوع الجنس (ذكر أم أنثى) أو لون البشرة.

٢ - بيانات كمية أو عددية:

وهي التي تعبر عن الظاهرة بالأرقام وهذه قد تكون متصلة (درجات الحرارة - الطول - ...) حيث تأخذ قيم عددية صحيحة أو كسرية أو بيانات غير متصلة مثل (عدد أفراد أسرة، عدد الكتب، ....) وهذه تأخذ قيم عددية صحيحة فقط. وستتعلق دراستنا بالبيانات الكمية أو العددية من حيث كيفية تبويبها.

الفصل الثاني

الاستخدامات البيانية الإحصائية

الفصل الثاني

الاستخدامات البيانية الإحصائية

أهمية الرسوم البيانية:

قد تكون الجداول التكرارية غير مفسرة للظاهرة المراد دراستها غير أننا نستطيع أن نقارن بين تكرارات الفئات المختلفة بالنسبة للمتغير، لذلك يتجه كثير من الباحثين إلى توضيح هذه البيانات عن طريق عرضها في رسوم بيانية بهدف رسم صورة حقيقية عن البيانات ومن هذه الرسوم البيانية:

أ - في حالة القيم غير المبوبة (المنفصلة):

١ - الأعمدة البيانية.

٢ - القطاعات الدائرية.

٣ - الخط البياني.

ب - في حالة القيم المبوبة (المتصلة):

١ - المدرج التكراري.

٢ - المضلع التكراري.

٣ - المنحنى التكراري.

٤ - المنحنى التكراري المجتمع الصاعد.

٥ - المنحنى التكراري المجتمع النازل.

الرسوم البيانية في حالة القيم غير المبوبة (المنفصلة):

أنواع الرسوم البيانية في حالة القيم غير المبوبة (المنفصلة):

أولاً - الأعمدة البيانية:

١ - الأعمدة البيانية البسيطة:

تعتبر طريقة الأعمدة البيانية من الطرق البسيطة والسهلة في المقارنة بين البيانات المستخدمة حيث يتم رسم محورين أحدهما أفقي والآخر رأسي (متعامدين) وترسم أعمدة عبارة عن مستطيلات ذات قواعد متساوية وتتناسب أطوالها مع التكرارات التي تمثلها، ويجب أن تكون المسافات بين الأعمدة متساوية وفي حالة ما تكون الأعمدة كثيرة يفضل وضع القيم العددية أعلى العمود.

مثال:

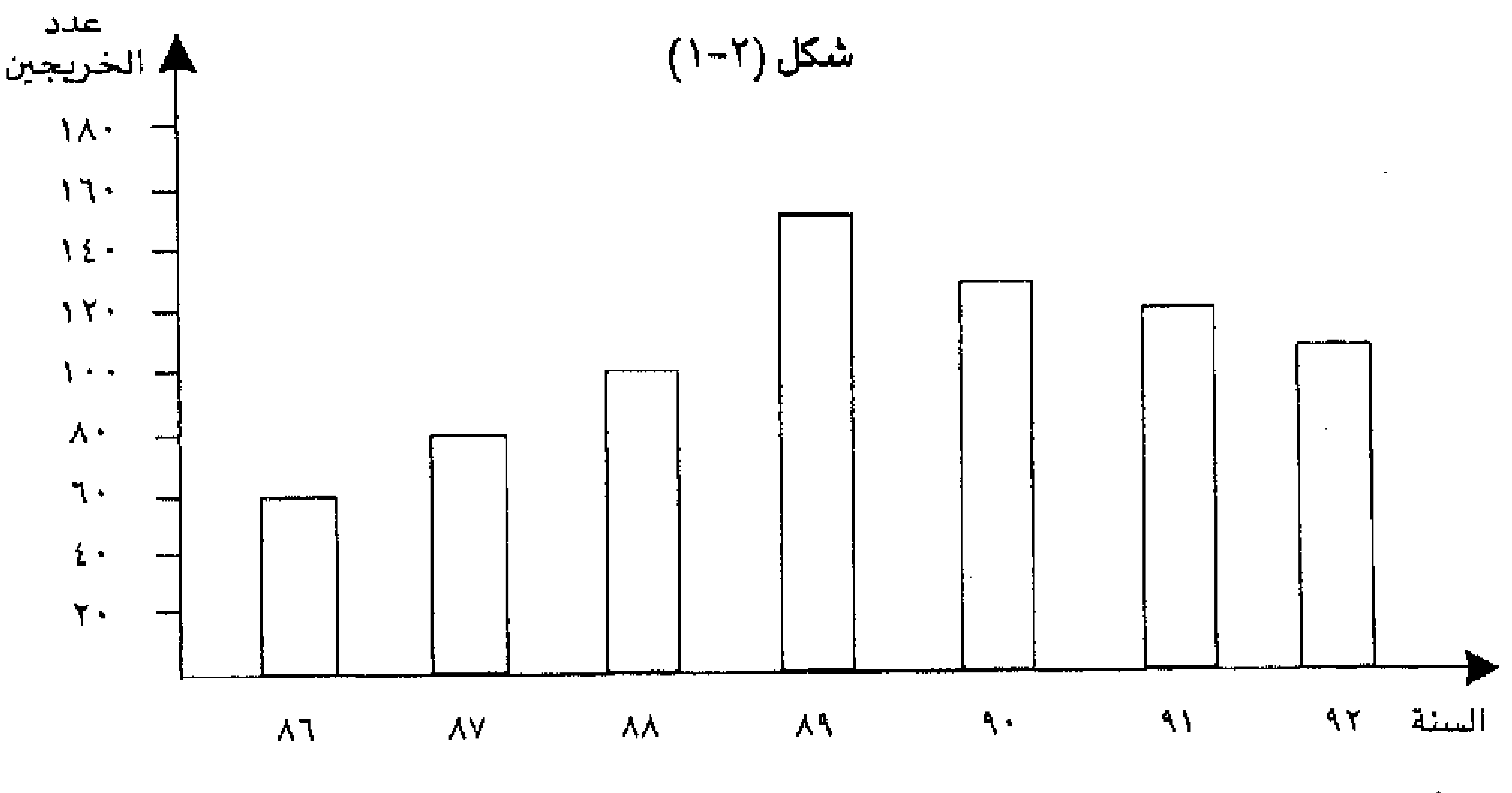
الجدول التالي يمثل تطور أعداد خريجي المعهد العالي للتربية الرياضية في إحدى الدول العربية.

والمطلوب: تمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية.

جدول (٢-١)

السنة	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢
عدد الخريجين	٦٠	٨٠	١٠٠	١٥٠	١٣٠	١٢٠	١٠٠

شكل (٢-١)



٢ - الأعمدة البيانية المتلاصقة:

في المثال السابق مثلنا عدد الخريجين من المعهد العالي للتربية الرياضية والخريجين يشملون الذكور والإناث، فإذا أردنا أن نقارن على نفس الرسم بين أعداد الخريجين من الذكور وأعدادهم من الإناث في هذه الحالة نستخدم الأعمدة المتلاصقة.

مثال:

الجدول التالي يمثل توزيع الطلاب في السنة الأولى بكلية التربية في جامعة التحدي عام ٩٣/٩٢ حسب الشعبة والجنس.

والمطلوب: تمثيل هذه البيانات بالأعمدة.

جدول (٢-٢)

توزيع طلبة كلية التربية حسب الشعبة والجنس

النوع / الشعبة	ذكور	إناث	المجموع
الرياضيات	٤	٨	١٢
الحاسوب	١٦	٦	٢٢
الأحياء	٤	٢١	٢٥
الكيمياء	١٠	٧	١٧
الاجتماع	٢٢	٨	٣٠
المجموع	٥٦	٥٠	١٠٦

ملاحظة:

يمكن تمثيل مجموع الذكور والإناث في كل شعبة بالأعمدة البسيطة وبداخل مستطيل ينقسم إلى جزئين أحدهما للذكور والآخر للإناث، فالجزء السفلي للذكور والجزء العلوي من العمود للإناث حسب العدد، أو بقسمة عمود المجموع الكلي إلى جزئين متساويين يمثل على الجزء الأيمن الذكور وعلى الجزء الأيسر من العمود الإناث حسب أعدادهم.

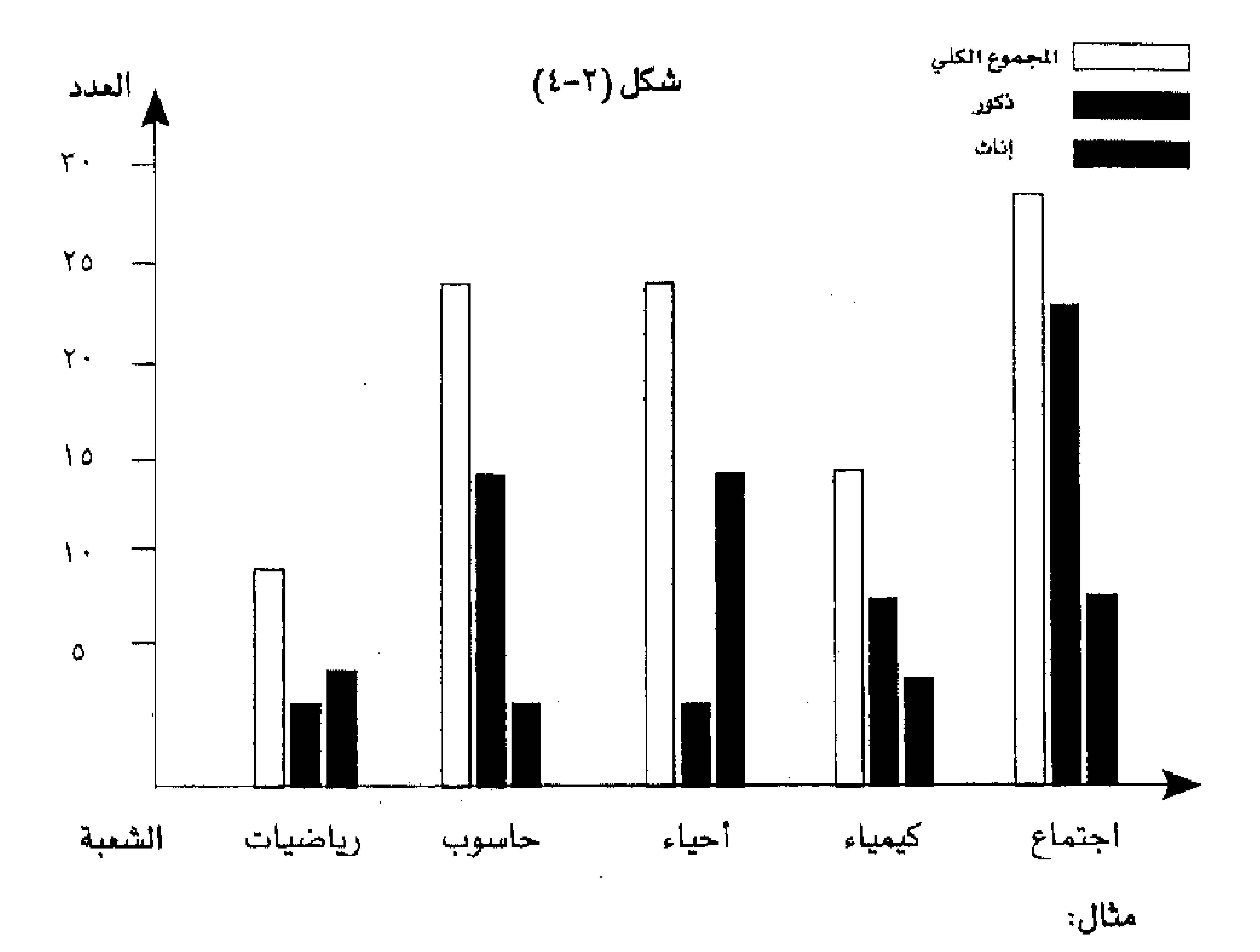
أو يمكن، إضافة عمودين متلاصقين لعمود المجموع الكلي الأولي يمثل الذكور والثاني يمثل الإناث حسب أعدادهم وسنقوم بتمثيل المثال السابق بالطرق الثلاث.

شكل (٢-٢)

ذكور
إناث
العدد
٣٠
٢٥
٢٠
١٥
١٠
٥
الشعبة
رياضيات
حاسوب
أحياء
كيمياء
اجتماع

شكل (٢-٣)

ذكور
إناث
العدد
٣٠
٢٥
٢٠
١٥
١٠
٥
الشعبة
رياضيات
حاسوب
أحياء
كيمياء
اجتماع



مثال:

البيانات التالية تمثل معدل المواليد والوفيات في بعض الدول في عام ١٩٧٢ .

والمطلوب: تمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية.

جدول (٢-٣)

معدل المواليد والوفيات في بعض الدول

الدولة	معدل المواليد	معدل الوفيات
المكسيك	٤٣	٩
فرنسا	١٧	١١
إيطاليا	١٦	١٠
بريطانيا	١٥	١٢
أمريكا	١٦	٩
كندا	١٦	٧

ثانياً - القطاعات الدائرية:

تفيد الرسوم البيانية بالقطاعات الدائرية في توضيح مكونات ظاهرة مقارنة مع إجمالي الظاهرة، وتعتمد هذه الطريقة على الرسم الدائري أولاً بحيث أن مساحة الدائرة تتناسب مع مربع نصف القطر وأن القطر يتناسب مع الجذر التربيعي للمجموع الكلي.

طول القطر للدائرة = المجموع الكلي

طول نصف القطر = ٢ √ طول القطر

ثم نأخذ مقياس رسم مناسب لطول نصف القطر.

على أنه من الممكن عدم التقيد بذلك ورسم دائرة ذات نصف قطر مناسب إذا كان لدينا دائرة واحدة أما إذا كانت مجموعة من الدوائر تتبع الطريقة المذكورة.

نحدد مساحة كل جزء (زاوية القطاع) = قيمة الجزء × ٣٦٠

المجموع الكلي

بعد تحديد زوايا القطاع لكل شريحة نرسم نصف قطر مناسب ونبدأ في تحديد زوايا كل قطاع دائري.

مثال:

الجدول التالي يمثل أعداد التلاميذ في مدرسة سناء يوسف الإبتدائية الإعدادية لعام ٩٢/٩٣.

المطلوب:

تمثيل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية:

جدول (٢-٤)

توضيح عدد التلاميذ في مدرسة سناء يوسف

الصف	عدد التلاميذ
الخامس	٢٤٠
السادس	٢٠٠
السابع	١٨٠
الثامن	١٥٠
التاسع	١٠٠
المجموع	٨٧٠

الحل:

طول القطر = $\sqrt{٨٧٠}$

= ٣٠ تقريباً

نق (نصف القطر) = ٣٠ = ١٥

= ٢

لنأخذ مقياس رسم ١ : ٥

نصف القطر على الرسم = ٣ سم

زاوية قطاع الخامس = ٢٤٠ × ٣٦٠ = ٩٩°

= ٨٧٠

زاوية قطاع السادس = ٢٠٠ × ٣٦٠ = ٨٣°

= ٨٧٠

زاوية قطاع السابع = ١٨٠ × ٣٦٠ = ٧٤,٥°

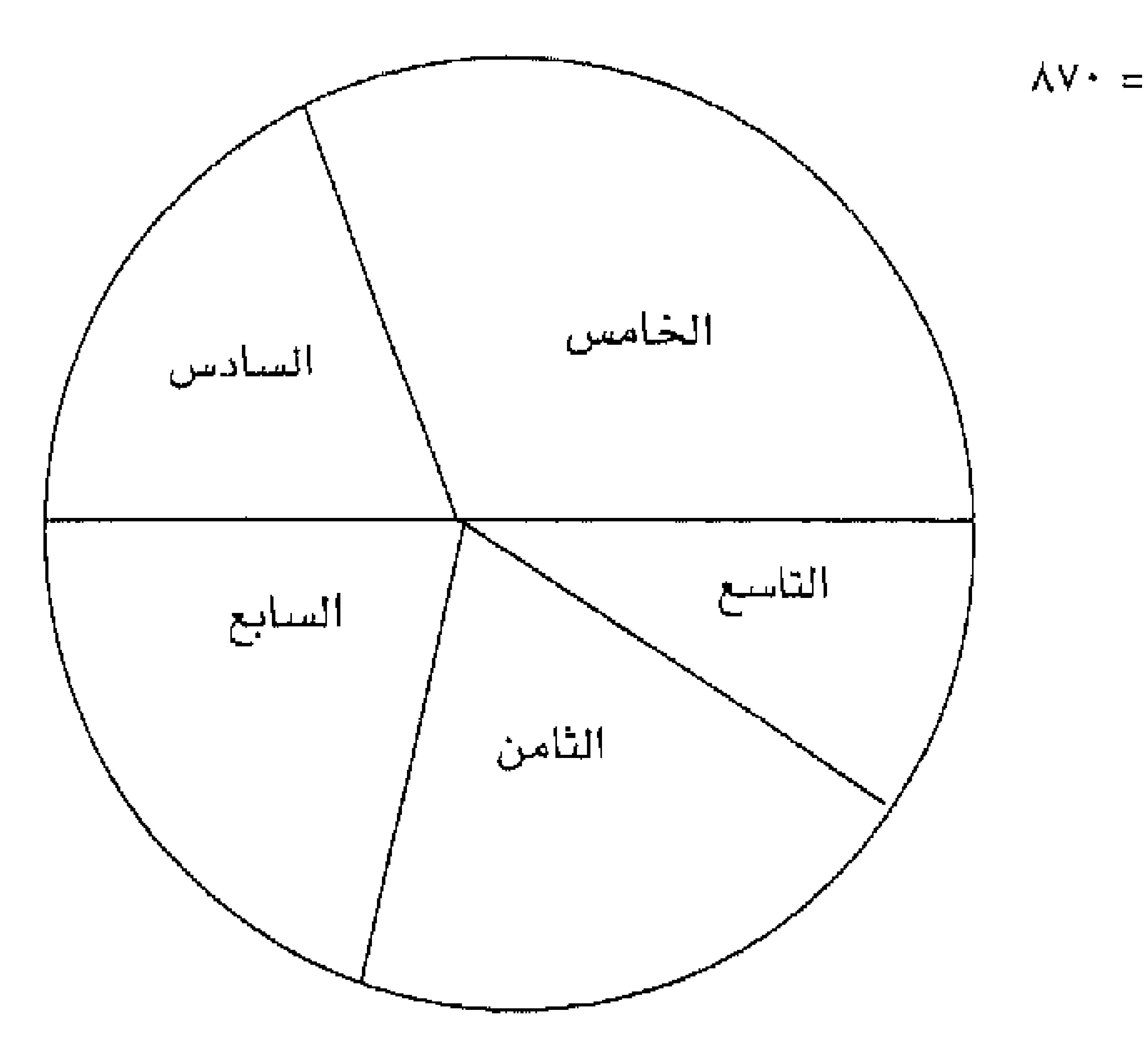
= ٨٧٠

زاوية قطاع الثامن = ١٥٠ × ٣٦٠ = ٦٢°

= ٨٧٠

زاوية قطاع التاسع = ١٠٠ × ٣٦٠ = ٤١,٥°

= ٨٧٠



شكل (٢-٥)

مثال:

البيانات التالية توضح توزيع عدد الخريجين في إحدى الجامعات.

المطلوب:

تمثيل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

جدول (٢ - ٥)

توضيح أعداد الخريجين بعض كليات إحدى الجامعات

الكلية	العدد
الهندسة	٢٤٠
الطب	٢٢٠
الصيدلة	٣٧٠
التربية	٥١٠
المجموع	١٤٤٠

الحل:

طول القطر = ١٤٤٠ = ٣٨

طول نصف القطر = ٣٨ = ١٩

= ٢

يأخذ مقياس رسم ١ : ٥

نق = ٣,٨ سم على الرسم

زاوية قطاع الهندسة = ٣٤٠ × ٣٦٠ = ٨٥°

= ١٤٤٠

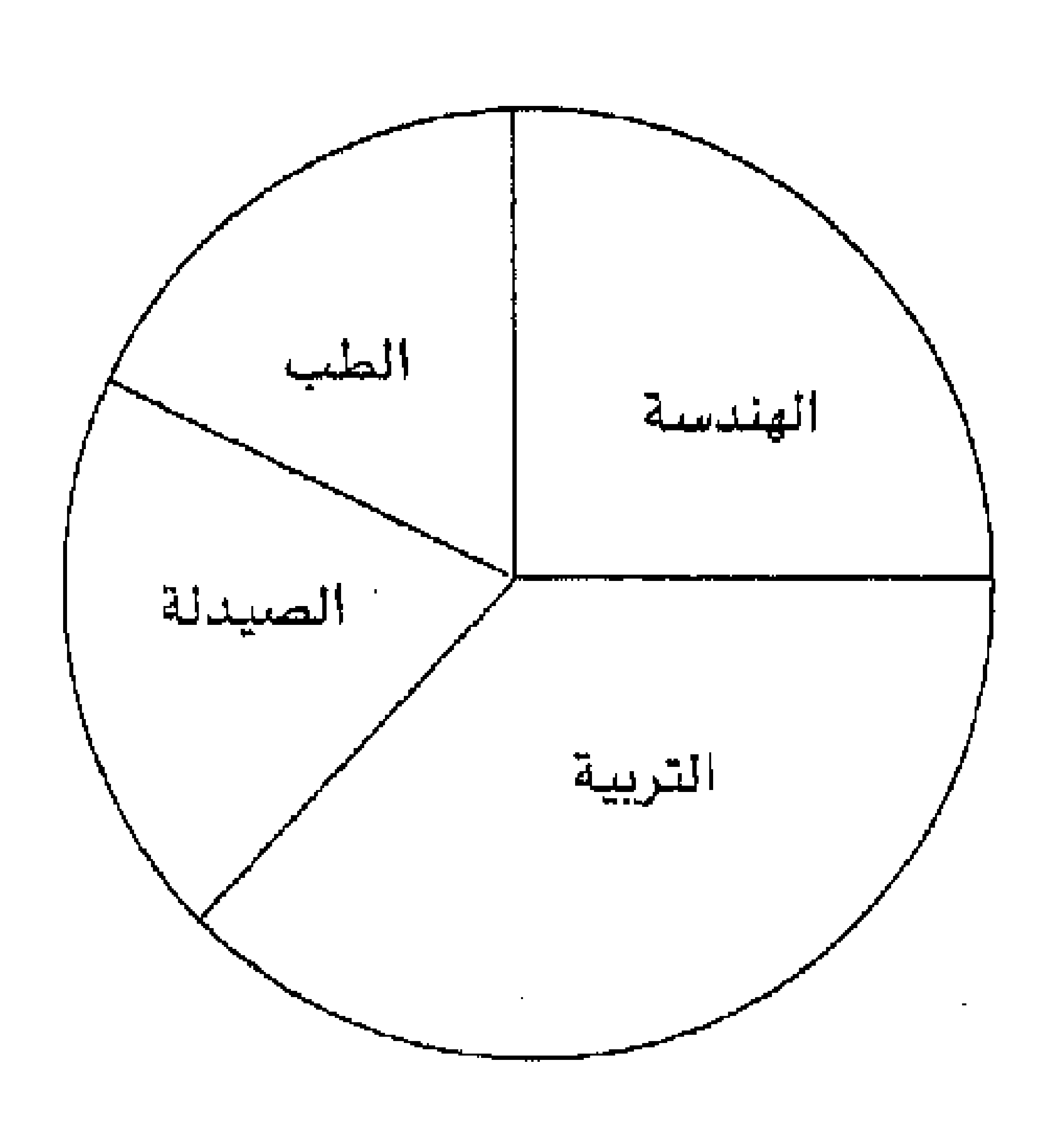
زاوية قطاع الطب = ٢٢٠ × ٣٦٠ = ٥٥°

= ١٤٤٠

زاوية قطاع الصيدلة = ٣٧٠ × ٣٦٠ = ٩٢,٥°

= ١٤٤٠

زاوية قطاع التربية = ٥١٠ × ٣٦٠ = ١٢٧,٥°



شكل (٢-٦)

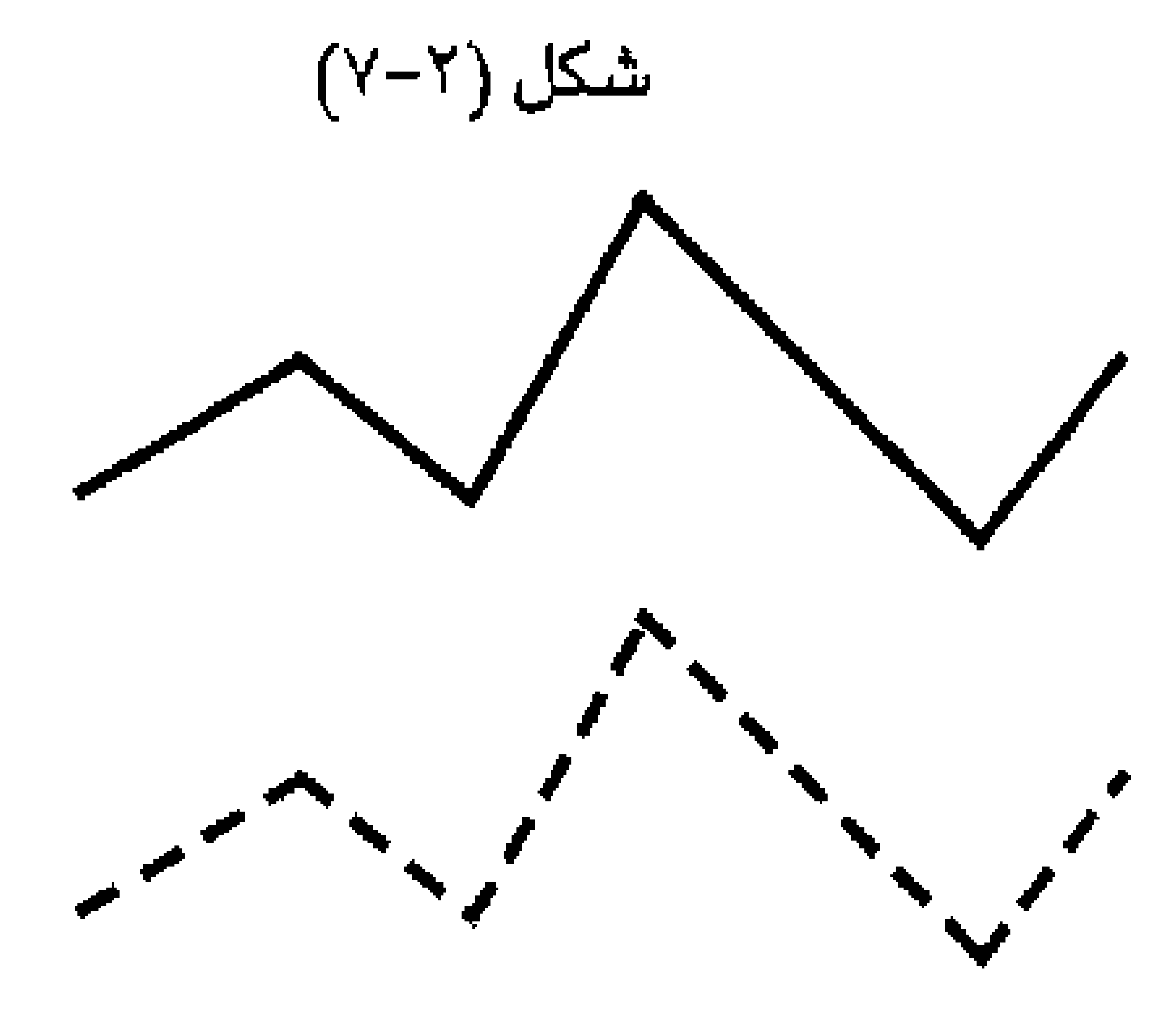
ثالثاً - الخط البياني:

في كثير من الدراسات نحتاج لتمثيل العلاقة بين متغيرين بصورة تختلف عن الطرق السابقة فقد تكون إحدى الظاهرتين هو الزمن، مثل تغير وزن الطفل بمرور الزمن المختلفة مع السنوات، أو تغير عدة ظواهر مع الزمن مثل تغير عدد التلاميذ في المراحل المختلفة مع السنوات أو تغير عدد مرضى (السكر - القلب - المصدر) في دولة ما مع السنين، أو إنتاج دولة ما من المنتوجات الزراعية مقارنة بالسنين.

فيمكن تمثيل هذه الظواهر بخط منكسر حيث يتم رسم محورين متعامدين وتحديد قيم الظاهرة كزوج مرتب من الإحداثيات أو كثلاثة مرتبة في حالة ثلاث ظواهر ويمثل الإحداثي الأول قيم المتغير الأول والإحداثي الثاني قيم المتغير الثاني وهكذا ...

ويتم التوصيل بين كل نقطتين بنقط مستقيمة وبالتالي نحصل على الخط المنكسر كتمثيل للبيانات ويمكن أن يأخذ الخط المنكسر الشكلين الآتيين:

شكل (٢-٧)



وتهدف عملية التمثيل هذه إلى دراسة ظاهرة ما أو المقارنة بين ظاهرتين.

مثال:

الجدول التالي يمثل عدد طلاب قسم العلوم الرياضية واللغة العربية في كلية التربية بجامعة التحدي خلال (٩٠ ، ٩١ ، ٩٢ ، ٩٣).

المطلوب:

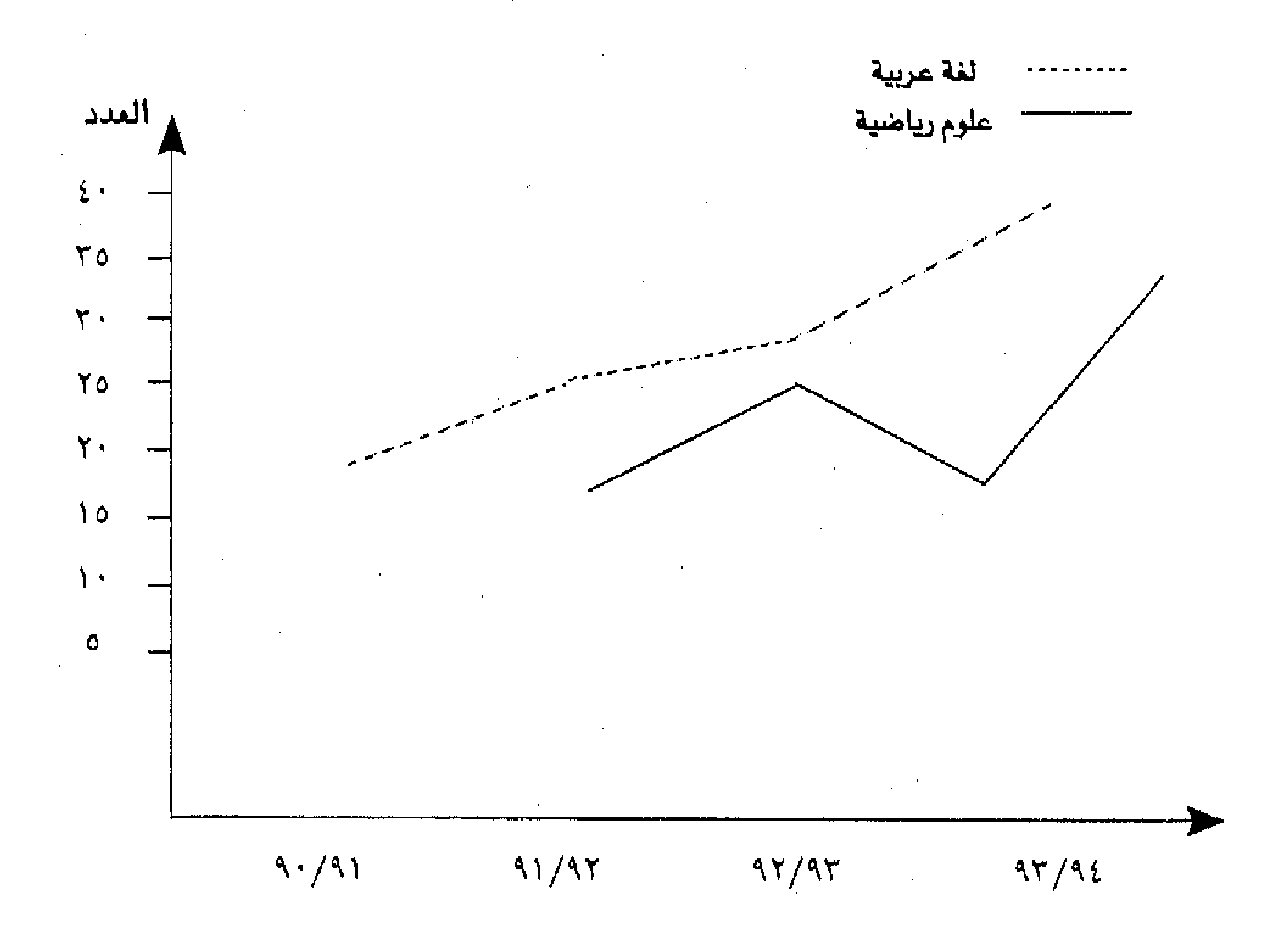
تمثيل هذه البيانات بالخط المنكسر.

جدول (٢-٦)

اعداد الطلاب في الأعوام ٩٠ - ٩٤

السنة	العلوم الرياضية	اللغة العربية
٩١/٩٠	١٥	٢٠
٩٢/٩١	٢٢	٢٦
٩٣/٩٢	١٨	٣٠
٩٤/٩٣	٣٢	٤٠

شكل (٢-٨)



مزايا وعيوب الرسوم البيانية:

أولاً - المزايا:

١ - البساطة في قراءة البيانات وخاصة إذا كان عدد المشاهدات كثيرة.

٢ - سهولة تذكر النتائج، إذ أن من المعروف أن الرسوم تعطي فكرة أكثر ثباتاً من الأرقام أو الكلمات.

٣ - إمكان توضيح أو تأكيد بيان ما، وذلك عن طريق استخدام الألوان أو أي طريق آخر، فمثلاً استخدام اللون الأحمر لتوضيح بيان هام له خطورته.

٤ - جذب الانتباه، فمن المسلم إذا رسم بياني فمن السهل أن يجذب إليه الانتباه ويعلق بالذاكرة، بينما مهما كان الاهتمام بعرض الجدول فقد لا يهتم به الكثيرون.

ثانياً - العيوب:

١ - التضحية في دقة البيانات إذا أن الأشكال توضح فقط التغيرات العامة ولا تبين التفاصيل الكاملة الدقيقة ولذا يستحسن دائماً ارفاق الجدول مع الرسوم.

٢ - أحياناً تكون الرسوم معقدة، إذا كانت تشتمل على مجموعات من البيانات المختلفة أو كثيرة التكاليف إذا كانت تحتوي على بيانات تحتاج إلى مقاييس رسم كبيرة.

وهنا لابد أن نشير بأنه يجب أن يكون لكل شكل بياني عنوانه يبين ماهية بيانات الشكل، وكيفية تصنيفها، ومكانها وزمانها ولابد من ذكر مصدر البيانات في أسفل الشكل.

تمارين:

مثال: البيانات تمثل درجات ثلاثة طلاب في أربعة مقررات دراسية والمطلوب تمثيل هذه البيانات بالخط المنكسر.

جدول (٢-٧)

المقرر / الطالب	رياضيات	إحصاء	فيزياء	كيمياء
أحمد	٨٥	٨٠	٩٠	٧٥
محمد	٩٦	٩٢	٨٥	٨٠
فرج	٩٠	٩٥	٨٠	٧٠

مثال:

الجدول التالي يمثل مستويات ونسب التقديرات لكتابي الصف الأول والصف الثاني الإعدادي من قبل مجموعة من المختصين.

المطلوب:

تمثيل هذه العلاقة بالخط المنكسر.

جدول (٢-٨)

مستويات ونسب التقديرات لكتابي ١، ٢ الإعدادي

التقديرات / المستوى	الأول	الثاني
ممتاز	٥٦	٦٢
جيد جداً	٢٠	١٧
جيد	١٤	١٠
مقبول	٧	٦
ضعيف	٣	٥

الرسوم البيانية في حالة القيم المبوبة (المتصلة):

يوجد أربعة أنواع رئيسة يمكن استخدامها للتمثيل البياني في حالة التوزيعات التكرارية ذات الفئات وسندرسها بالتفصيل.

أي في حالة القيم المبوبة (المتصلة) وسندرس هذه الأنواع بالتفصيل من خلال النقاط التالية:

أولاً - المدرج التكراري:

يمثل المدرج التكراري علاقة بين الحدود الفعلية والتكرار حيث يتم رسم محورين متعامدين تمثل فئات الظاهرة على المحور الأفقي (الحدود الفعلية للفئات) وتمثل التكرارات المقبلة على المحور الرأسي.

نرسم المستطيلات التي قواعدها الحدود الفعلية وارتفاعاتها التكرارات المقابلة وبالتالي يتكون لدينا مجموعة مستطيلات متلاصقة تشبه المدرج.

مثال:

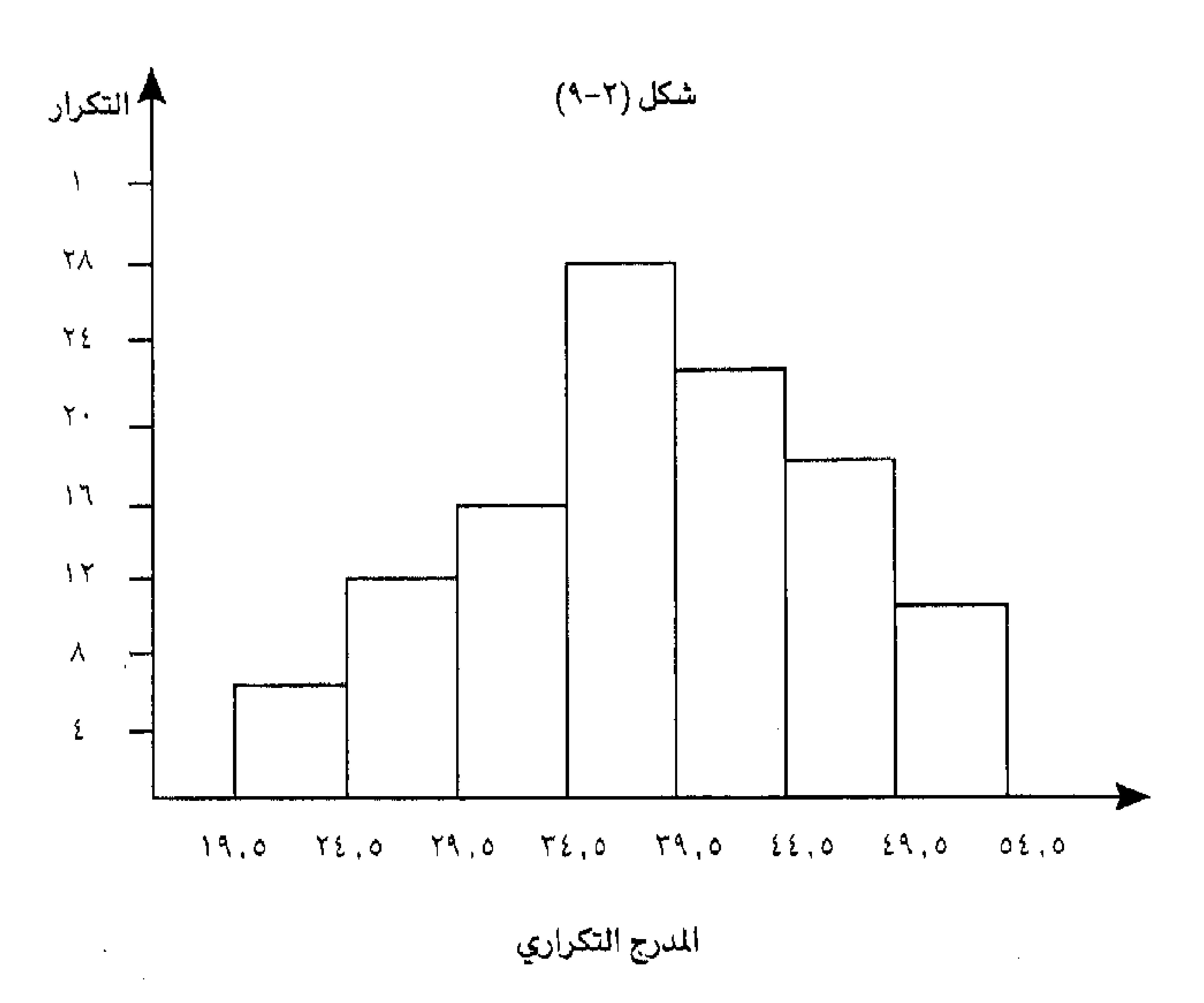
الجدول التالي يمثل درجات ١٠٠ طالباً في فحص لمادة الإحصاء التربوي والمطلوب تمثيل هذه البيانات بالمدرج التكراري.

جدول (٢-٩)

الفئات	٢٠-٢٤	٢٥-٢٩	٣٠-٣٤	٣٥-٣٩	٤٠-٤٤	٤٥-٤٩	٥٠-٥٤
التكرار	٦	١٠	١٤	٢٥	٢٠	١٦	٩

جدول (٢-١٠)

الفئات	التكرار	الحدود
٢٠ - ٢٤	٦	١٩,٥ - ٢٤,٥
٢٥ - ٢٩	١٠	٢٤,٥ - ٢٩,٥
٣٠ - ٣٤	١٤	٢٩,٥ - ٣٤,٥
٣٥ - ٣٩	٢٥	٣٤,٥ - ٣٩,٥
٤٠ - ٤٤	٣٠	٣٩,٥ - ٤٤,٥
٤٥ - ٤٩	١٦	٤٤,٥ - ٤٩,٥
٥٠ - ٥٤	٩	٤٩,٥ - ٥٤,٥
المجموع	١٠٠	



المدرج التكراري

ثانياً - المضلع التكراري:

وهو عبارة عن علاقة بين مراكز الفئات والتكرار. ونحصل عليه بتمثيل الأزواج المرتبة (س،ص) حيث (س تمثل مركز الفئة، ص تمثل التكرار المقابل) بنقط ثم يتم التوصل بين هذه النقط بخط مستقيم، ولكي يكون الخط المنكسر مغلقاً نعتبر فئتين متطرفتين تكرار كل منهما صفراً الأولى تقع قبل البداية والثانية تقع بعد نهاية الفئة الأخيرة من التوزيع حيث يتم أخذ مراكز هاتين الفئتين المتطرفتين، ويوصل مركز الفئة الأولى الجديد ببداية الخط ويفصل مركز الفئة المتطرفة الثانية بنهاية الخط.

هذا ويمكن الحصول على المضلع بتصنيف الأضلاع العلوية (الأفقية) للمستطيلات في المدرج التكراري ثم التوصيل بين هذه النقاط بعضها مع بعض مع اقفال المضلع كما سبق. ويجب أن نلاحظ أن مجموع مساحات المستطيلات في المدرج التكراري تساوي المساحة تحت المضلع المرسوم عليه.

ثالثاً - المنحنى التكراري:-

ويمثل علاقة بين مركز الفئات للظاهرة والتكرار المقابل وتتم عملية التمثيل كما في حالة المضلع التكراري، ولكن الاختلاف فقط في عملية التوصيل بين النقط فيكون بخط منحنى أملس مع مراعاة أن يكون المنحنى التكراري.

ملاحظة:

في حالة الفئات غير المتساوية فلا يجوز تمثيل التكرارات كما هي على المحور الرأسي ولكن يجب تعديلها قبل رسم المدرج أو المنحنى أو المضلع لأن مساحات المستطيلات تتناظر مع التكرارات في حالة الفئات المتساوية ولكن عندما لا تتساوى الفئات يجب عمل تكرار معدل فئة باستخدام القاعدة.

التكرار المعدل = التكرار

طول الفئة = نهاية الفئة - بداية الفئة + ١

ثم بعد ذلك يتم الرسم.

مثال:

الجدول التالي يمثل درجات مجموعة من طلاب مدرسة مشتركة والمطلوب:

١ - رسم المضلع التكراري.

٢ - رسم المنحنى التكراري.

جدول (٢-١١)

الفئات	التكرار	مركز الفئة
١٢ - ١٤	٤	١٣
١٥ - ١٧	٧	١٦
١٨ - ٢٠	١٢	١٩
٢١ - ٢٣	١٥	٢٢
٢٤ - ٢٦	٨	٢٥
٢٧ - ٢٩	٥	٢٨

شكل (٢-١٠)

التكرار

١٦
١٤
١٢
١٠
٨
٦
٤
٢

المضلع التكراري

١٣ ١٦ ١٩ ٢٢ ٢٥ ٢٨ ٣١ مركز الفئة

شكل (٢-١١)

التكرار

١٦
١٤
١٢
١٠
٨
٦
٤
٢

المنحنى التكراري

١٣ ١٦ ١٩ ٢٢ ٢٥ ٢٨ ٣١ مركز الفئة

مثال:

الجدول التالي يمثل توزيع أعمار مجموعة من الأفراد وعددهم ١٨٥ فرداً والمطلوب:

١ - رسم المدرج التكراري.

٢ - رسم المضلع التكراري لهذا التوزيع.

جدول (٢-١٢)

الفئات	٤ - ٦	٧ - ١٠	١١ - ١٣	١٤ - ١٦	١٧ - ٢٠	٢١ - ٢٥
عدد التكرار	٢١	٤٤	٢٧	٣٦	٣٢	٢٥

الحل:

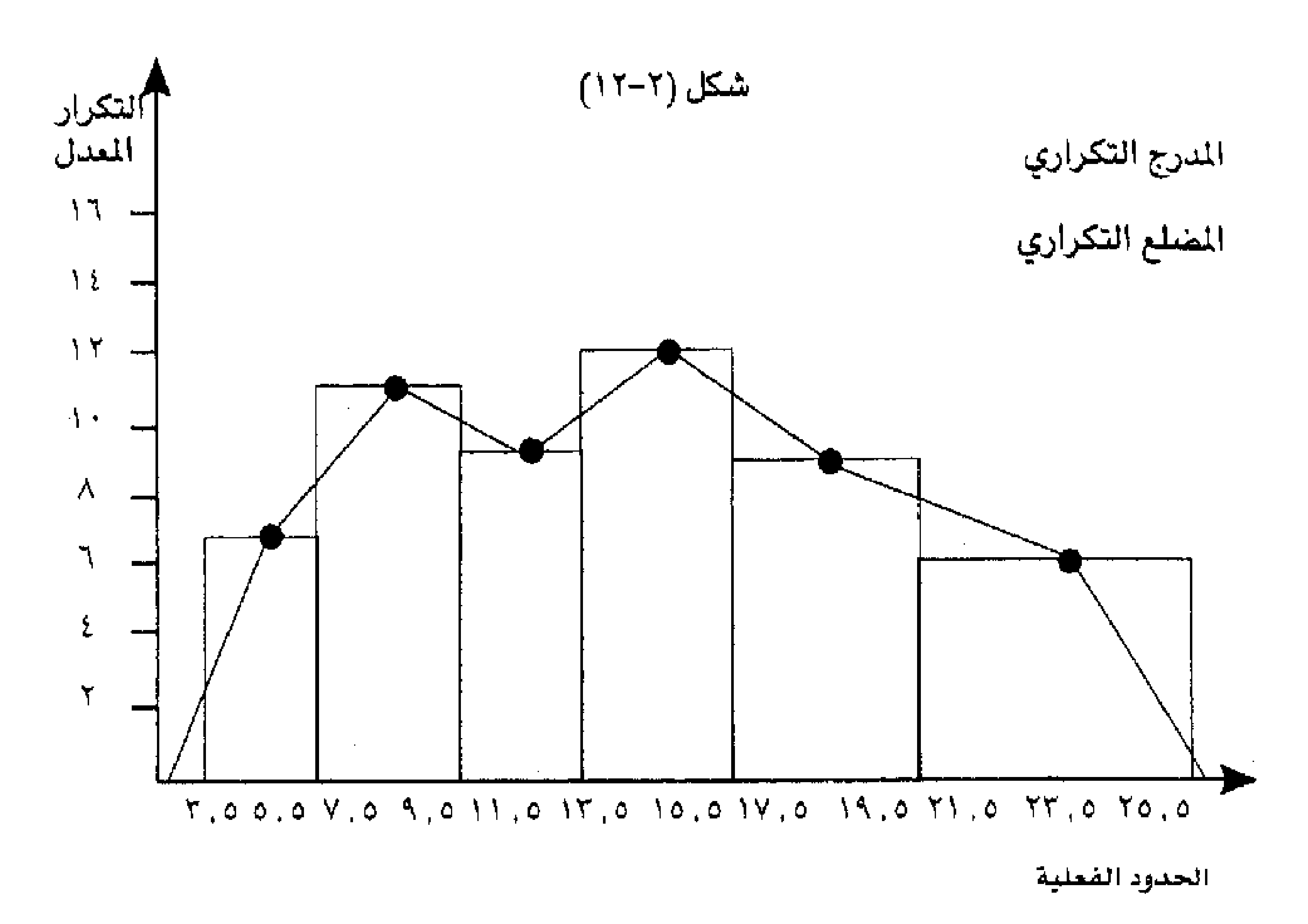
حيث أن الفئات غير متساوية لذلك يجب وضع عمود للتكرار المعدل وبالتالي نكوّن جدولاً جديداً كالتالي:

جدول (٢-١٣)

الفئات	التكرار	التكرار المعدل	الحدود الفعلية	مركز الفئة
٤ - ٦	٢١	٢١ ÷ ٣ = ٧	٣,٥ - ٦,٥	٥
٧ - ١٠	٤٤	٤٤ ÷ ٤ = ١١	٦,٥ - ١٠,٥	٨,٥
١١ - ١٣	٢٧	٢٧ ÷ ٣ = ٩	١٠,٥ - ١٣,٥	١٢
١٤ - ١٦	٣٦	٣٦ ÷ ٣ = ١٢	١٣,٥ - ١٦,٥	١٥
١٧ - ٢٠	٣٢	٣٢ ÷ ٤ = ٨	١٦,٥ - ٢٠,٥	١٨,٥
٢١ - ٢٥	٢٥	٢٥ ÷ ٥ = ٥	٢٠,٥ - ٢٥,٥	٢٣
المجموع	١٨٥			

(التكرار المعدل = التكرار ÷ طول الفئة)

شكل (٢-١٢)



لاحظ أن القواعد للمستطيلات غير متساوية كذلك إذا كان عمود التكرار المعدل يحتوي على كسور عشرية يمكن التخلص من الكسور بالضرب في ١٠ لرسم مدرج مناسب.

رابعاً - المنحنى التكراري المتجمع الصاعد:

نحصل على المنحنى التكراري المتجمع الصاعد برسم العلاقة بين الحدود العليا الفعلية للفئات والتكرار المجتمع الصاعد ويتم التوصيل بين هذه النقط بخط منحنى أملس مبتدئين بالحد العلوي للفئة القبلية الطرفية والتي تكرارها صفراً.

ويفيد التوزيع التكراري المتجمع الصاعد للدرجات في معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن درجة ما معينة أو تزيد عنها، أو لمعرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على الدرجات تزيد عن درجة ما معينة.

وتتلخص خطوات عمل هذا الجدول في الآتي:

١ - تحديد الحدود العليا الفعلية للفئات.

٢ تحديد التكرار المتجمع الصاعد المناظر لكل فئة، وذلك بكتابة تكرار الفئة الأولى

أمامها مباشرة في حالة التكرار المتجمع الصاعد، ثم نجمع هذا التكرار مع تكرار الفئة الثانية فيكون الناتج ممثلاً للتكرار المتجمع الصاعدة للفئة الثانية.

نجمع التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثانية مع تكرار الفئة الثالثة فنحصل على تكرار متجمع صاعد للفئة الثالثة، وهكذا نجمع تكرار كل فئة مع التكرار المتجمع الصاعد للفئة التي سبقتها حتى نصل إلى الفئة الأخيرة فيكون تكرارها مساوياً لمجموع التكرارات.

٣ - يتم تحديد النقط الممثلة للزوج المرتب (الحد الأعلى الفعلي للفئة، التكرار المتجمع الصاعد المناظر لها). ويوصل بين هذه النقط بخط أملس بدءاً من تكرار متجمع صاعد قيمته صفر للفئة القبلية للفئة الأولى.

مثال:

الجدول التالي يمثل درجات ٥٠ طالباً في اختبار للقدرات الميكانيكية والمطلوب تمثيل هذه الدرجات بالمنحنى المتجمع الصاعد.

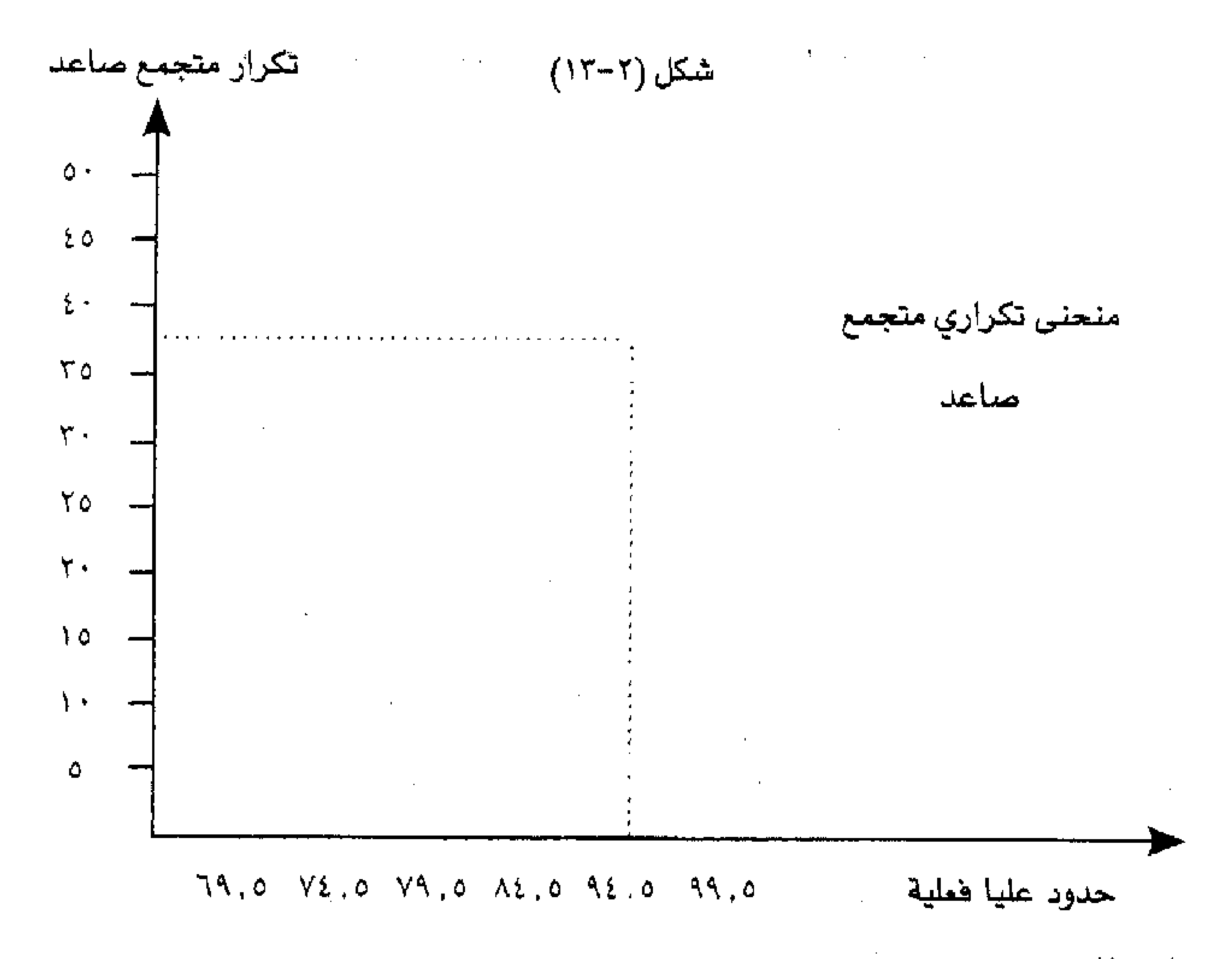
جدول (٢-١٤)

الفئات	٦٥ -	٧٠ -	٧٥ -	٨٠ -	٨٥ -	٩٠ -	٩٥-٩٩
التكرار	٦	٨	٩	١٢	٨	٥	٢

الحل: نكون الجدول التالي:

جدول (٢-١٥)

الفئات	التكرار	الحدود العُليا الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
٦٥ - ٦٩	٦	أقل من ٦٩,٥	٦
٧٠ - ٧٤	٨	أقل من ٧٤,٥	١٤
٧٥ - ٧٩	٩	أقل من ٧٩,٥	٢٣
٨٠ - ٨٤	١٢	أقل من ٨٤,٥	٣٥
٨٥ - ٨٩	٨	أقل من ٨٩,٥	٤٣
٩٠ - ٩٤	٥	أقل من ٩٤,٥	٤٨
٩٥ - ٩٩	٢	أقل من ٩٩,٥	٥٠
المجموع	٥٠		



ملاحظات:

١ - من المنحنى المتجمع الصاعد يمكن إيجاد عدد التلاميذ الذين حصلوا على درجات أقل من قيمة معينة (درجة) مثلاً ٨٦ لذلك نرسم عموداً رأسياً فوق الدرجة ٨٦ على المحور الأفقي حتى يقابل الخط المنحنى في نقطة نرسم منها خطاً أفقياً يقابل المحور الرأسي لعمود التكرارات المتجمعة في نقطة هذه النقطة تمثل عدد الطلبة الذين حصلوا على الدرجات أقل من ٨٦ وواضح أن عددهم حوالي ٣٧ طالباً.

كذلك يمكن إيجاد نسبة هؤلاء الطلبة الذين حصلوا على الدرجة أقل من ٨٦ عن طريق قسمة عددهم ٣٧ على العدد الكلي وهو ٥٠ وإيجاد النسبة المئوية.

٣٧ × ١٠٠ = ٧٤ ٪

٥٠

٢ - إذا أردنا معرفة عدد الطلاب الذين حصلوا على الدرجة ٦٥ فأكثر فالجواب

يكون جميع الطلبة وعددهم ٥٠ وإذا أردنا معرفة كم طالب يحصل على الدرجة ٧٠ فأكثر فالجواب = ٥٠ - ٦ = ٤٤

والذين حصلوا على الدرجة ٧٥ فأكثر يكون:

= ٤٤ - ٨ = ٣٦

أو = ٥٠ - ١٤ = ٣٦

وهكذا إلى أن نصل إلى عدد الطلبة الذين حصلوا على الدرجة ٩٩ فأكثر فيكون

= ٢ - ٢ - = ٠

وهذه يمكن حسابها باستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد.

خامساً - المنحنى التكراري المتجمع النازل (الهابط):

يتم برسم جدول خاص مكون من الحدود الدنيا الفعلية والتكرار المتجمع النازل ويمكن الحصول عليه بالبدء من آخر الجدول بكتابة تكرار الفئة الأخيرة فمثلاً للتكرار المتجمع الهابط وبإضافة تكرار الفئة قبل الأخيرة إلى هذا التكرار نحصل على التكرار المتجمع الهابط للفئة قبل الأخيرة ثم نعاود الفكرة بإضافة تكرار الفئة السابقة للتكرار المتجمع الهابط.

حتى نصل إلى التكرار المتجمع الهابط للفئة الأولى ويساوي دائماً مجموع التكرارات كما في الجدول التالي للمثال السابق:

جدول (٢-١٦)

الفئات	التكرار	الحدود العليا الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
٦٥ - ٦٩	٦	أقل من ٦٤,٥	٥٠
٧٠ - ٧٤	٨	أقل من ٦٩,٥	٤٤
٧٥ - ٧٩	٩	أقل من ٧٤,٥	٣٦
٨٠ - ٨٤	١٢	أقل من ٧٩,٥	٣٦
٨٥ - ٨٩	٨	أقل من ٨٤,٥	٢٧
٩٠ - ٩٤	٥	أقل من ٨٩,٥	١٥
٩٥ - ٩٩	٢	أقل من ٩٤,٥	٧

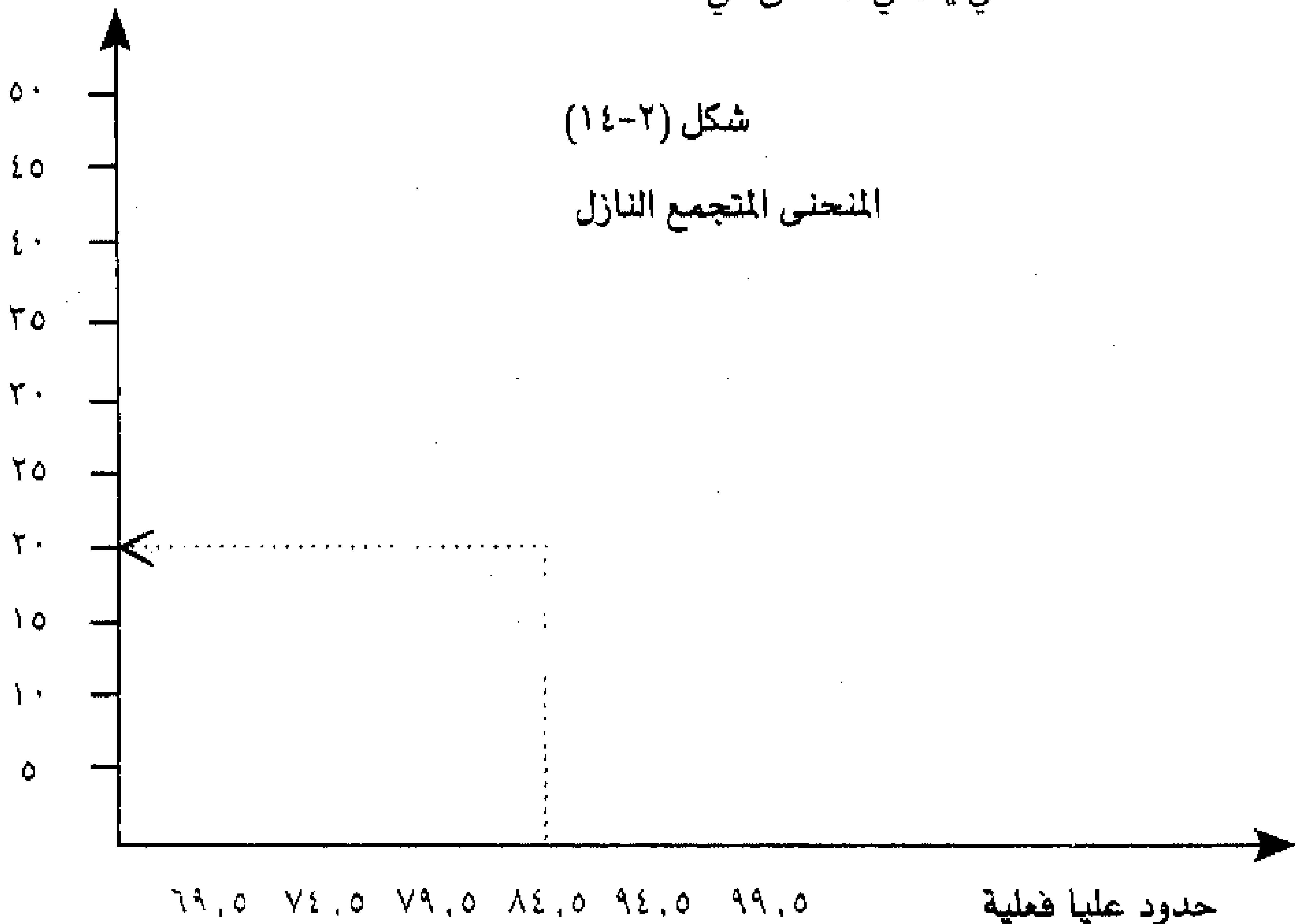
ملاحظة:

١ - يمكن البدء بكتابة التكرار المتجمع النازل للفئة الأول وهو عبارة عن مجموع التكرارات ثم نقوم بطرح التكرار المقابل للفئة الثانية من هذا المجموع فيكون الناتج ٤٤، ثم نقوم بطرح تكرار الفئة الثالثة من الناتج (التكرار المتجمع النازل للفئة الثانية) فيكون من كل مرة التكرار المتجمع النازل عبارة عن التكرار المتجمع النازل للفئة السابقة مطروحاً منه تكرار الفئة.

٢ - إذا رسمنا المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع النازل وتلاقياً في نقطة يكون أحداثيها الأفقي ممثلاً للوسيط، وهو أحد مقاييس النزعة المركزية والتي سوف ندرسها فيما بعد.

٣ - تعدد التكرار المتجمع الهابط لفئة متطرفة بعدية يكون التكرار المجتمع الهابط لا يساوي صفراً.

٤ - من الرسم يمكن الحصول على عدد الطلبة الذين تزيد درجاتهم عن قيمة معينة ٨٢ مثلاً، وذلك برسم عمود من عند القيمة المعطاة ٨١ على المحور الأفقي يلاقي المنحنى في نقطة.



شكل (٢-١٤)

المنحنى المتجمع النازل

من هذه النقطة نرسم خطاً أفقياً يلاقي المحور الرأسي (محور التكرارات) في نقطة نجدها ٢٠ تمثل عدد الطلاب.

ويمكن إيجاد نسبة هؤلاء الطلاب الذين حصلوا على الدرجة أكثر من ٨٢ ثم إيجاد النسبة المئوية لذلك كالتالي:

= ٢٠ × ١٠٠

= ٥٠

= ٤٠ ٪

٥ - يمكن حساب التكرار المتجمع النازل النسبي بقسمة كل تكرار متجمع نازل على مجموع التكرارات.

٦ - يمكن حساب التكرار المتجمع النازل النسبي المئوي وذلك بضرب قيمة التكرار المتجمع النازل النسبي في ١٠٠ وينطبق ذلك على التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي كما يوضح ذلك الجدول التالي:

جدول (٢-١٧)

يوضح التكرار المتجمع النازل النسبي المئوي

الفئات	التكرار	الحدود الدنيا الفعلية	تكرار متجمع هابط	تكرار متجمع نسبي	تكرار متجمع نسبي مئوي
١٠ - ١٤	٤	أكثر من ٩,٥	١٥	١	١٠٠ ٪
١٥ - ١٩	٦	أكثر من ١٤,٥	١١	٠,٧٣	٧٣ ٪
٢٠ - ٢٤	٣	أكثر من ١٩,٥	٥	٠,٣٣	٣٣ ٪
٢٥ - ٢٩	٢	أكثر من ٢٤,٥	٢	٠,١٤	١٤ ٪
المجموع	١٥				

جدول (٢-١٨)

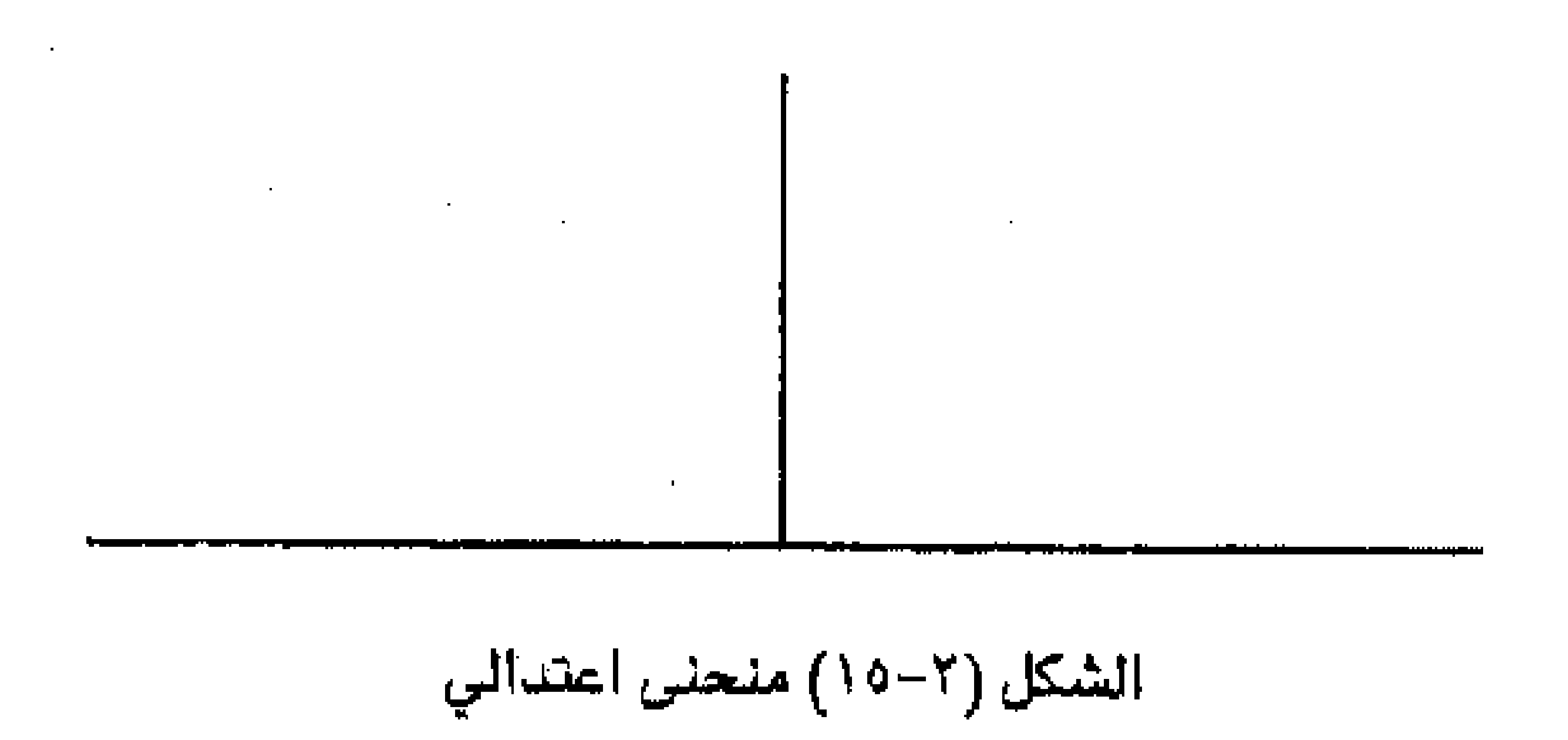
يوضح التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي

الفئات	التكرار	الحدود الدنيا الفعلية	تكرار متجمع هابط	تكرار متجمع نسبي	تكرار متجمع نسبي مئوي
١٠ - ١٤	٤	أكثر من ١٤,٥	٤	٠,٢٧	٢٧ ٪
١٥ - ١٩	٦	أكثر من ١٩,٥	١٠	٠,٦٧	٦٧ ٪
٢٠ - ٢٤	٣	أكثر من ٢٤,٥	١٣	٠,٨٦	٨٦ ٪
٢٥ - ٢٩	٢	أكثر من ٢٩,٥	١٥	١,٠٠	١٠٠ ٪
المجموع	١٥				

ويستدل من جدول التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي أن نسبة ٦٧ ٪ من الأفراد حصلوا على درجات تقل عن ١٩,٥ وأن ٨٦ ٪ من الأفراد حصلوا على درجات تقل عن ٢٤,٥ .

أشكال المنحنيات التكرارية:

عند رسم المنحنيات التكرارية نجد أن هناك أنواعاً متعددة من هذه الأشكال فمنها ما يكون متماثلاً حول محور رأسي يقسم الشكل إلى قسمين متماثلين ويسمى هذا بالمنحنى الاعتدالي وهو يشبه الناقوس أو الجرس كما في الشكل (٢-١٥).



الشكل (٢-١٥) منحنى اعتدالي

ولهذا الشكل أهمية خاصة في الدراسات التربوية عند دراسة تحصيل أو اتجاهات عينة من الطلاب.

وهناك بعض الأشكال للتوزيعات التكرارية تكون قريبة من المنحنى الاعتدالي ولكنها غير متماثلة ويكون أحد الطرفين ممدً إلى اليمين كثيراً فيصبح الشكل ملتوياً أو يكون عالياً من جهة ومنخفضاً من الجهة الثانية ويسمى ذلك بالالتواء (Skewness).

ويكون التوزيع ملتو إلى اليمين (موجباً)
إذا كان طرف التوزيع (الذيل) ممتداً إلى اليمين،
كما في الشكل (٢-١٦) وإذا كان طرف التوزيع (الذيل)
ممتداً إلى اليسار يكون ملتو إلى اليسار (سالباً)
كما في الشكل (٢-١٧)

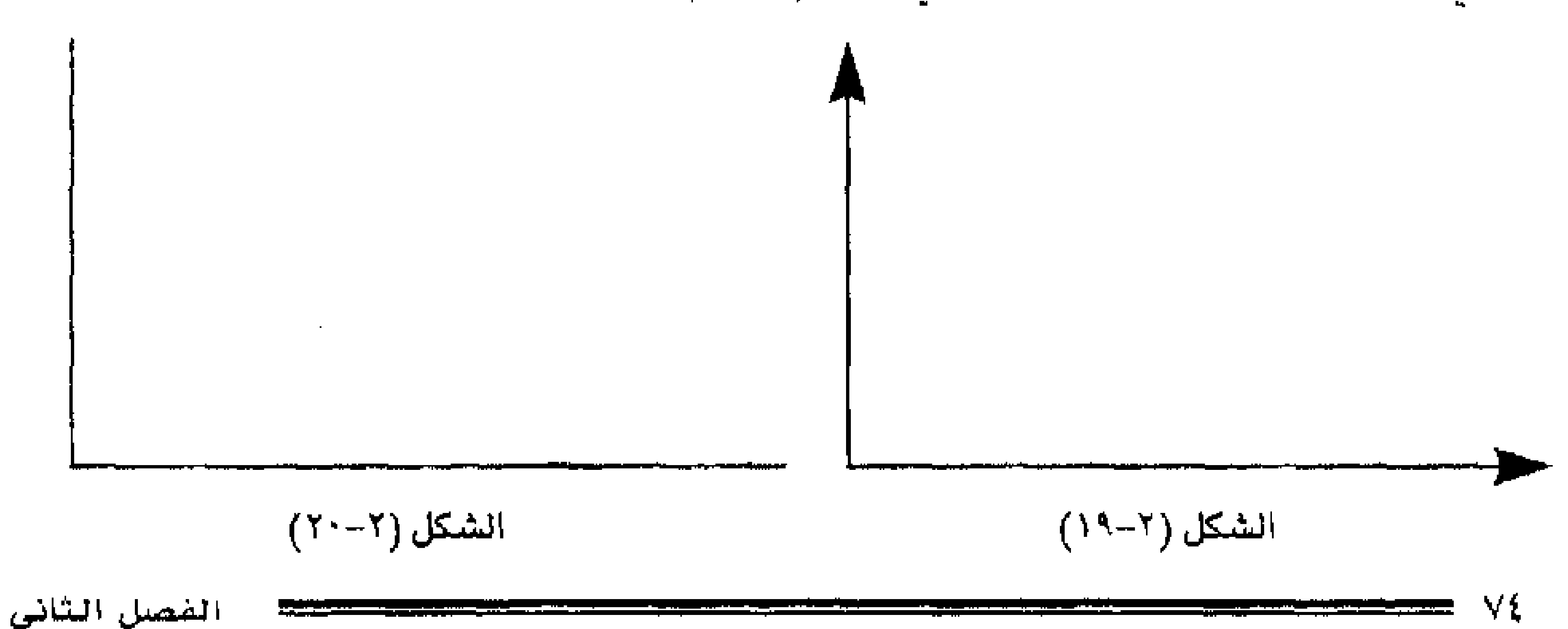
الشكل (٢-١٦) ملتو إلى

وأحياناً نجد التوزيع يحمل قيمتين وذلك راجع إلى عدم تجانس العينة كما في شكل (٢-١٨)

الشكل (٢-١٧) ملتو إلى

الشكل (٢-١٨) منحنى ذو

وقد يكون المنحنى ذا شعبة واحدة، وذلك عند وجود أكبر التكرارات عند طرف المنحنى وأصغرها عند الطرف الآخر. كما في شكل (٢-١٩) أو قد يكون أكبر التكرارات موجود عند طرفي المنحنى يكون ذا شعبتين كما في شكل (٢-٢٠).



الشكل (٢-١٩)

الشكل (٢-٢٠)

تمرين:

الجدول التالي يمثل درجات مجموعة من الطلاب وعددهم ٤٠ طالباً في اختبار للعلوم الزراعية.

جدول (٢-١٩)

٨٠	٨٢	٧٠	٦٩	٩١	٨٣	٨٢	٧٣	٧٨	٩٣	٧٤	٨٤
٧٨	٩٠	٧٨	٦٩	٧٦	٦٧	٧٧	٧٤	٩٦	٨٢	٦٤	٦٦
٨٣	٦١	٨٦	٧٣	٨٧	٨٨	٩٠	٧٧	٨٦	٧٠	٨٠	٧٧
٩٩	٧٦	٧٨	٨٧								

المطلوب:

١ - تمثيل هذه البيانات في توزيع تكراري ذي الفئات الثماني.

٢ - تمثيل هذه البيانات بـ:

أ - المدرج التكراري.

ب - المضلع التكراري.

جـ- المنحنى المتجمع الصاعد.

د - المنحنى التكراري.

تمرين:

الجدول التالي يمثل درجات ٥٠ طالباً في امتحان آخر العام لطلبة كلية الاجتماع في مادة اللغة الانجليزية.

جدول (٢-٢٠)

الفئات	٥٠	٥٧	٦٤	٧١	٧٨	٨٥	٩٢-٩٨
التكرار	٣	٥	٦	١٢	١٠	٩	٥

المطلوب:

١ - رسم المدرج التكراري.

٢ - المنحنى التكراري.

٣ - المنحنى التكراري المتجمع الصاعد.

تمرين:

الجدول التالي يمثل أجور ٦٠ موظفاً بمجمع عام بالدينار.

المطلوب:

١ - رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد.

٢ - حساب نسبة الموظفين الذين يحصلون على أجر أقل من ٩٩,٥ دينار.

٣ - رسم المنحنى التكراري المتجمع النازل.

٤ - استنتاج النسبة المئوية للموظفين الذين يحصلون على أجر يساوي أو يزيد عن ١٠٥ دنانير.

جدول (٢ - ٢١)

الفئات	التكرار
٧٠ - ٧٩	٦
٨٠ - ٨٩	٨
٩٠ - ٩٩	١٢
١٠٠ - ١٠٩	١٦
١١٠ - ١١٩	١٠
١٢٠ - ١٢٩	٦
١٣٠ - ١٣٩	٤
المجموع	٦٠

تمرين:

البيانات التالية لـ٥٠ طالباً وطالبة في شعبة الاقتصاد موزعة حسب الجنس (ذكر - أنثى) والحالة التعليمية (ناجح - راسب - دور ثان).

جدول (٢-٢٢)

الحالة / الجنس	ناجح	راسب	دور ثان
ذكر	٧٠	٦	٨
أنثى	١٠	٧	١٢

المطلوب:

عرض هذه البيانات بالأعمدة.

تمرين:

الدرجات التالية تمثل مجموع درجات ١٠٠ طالب في ألعاب القوى.

جدول (٢-٢٣)

٦٨	٦١	٦٦	٧٧	٧٩	٧٩	٧١	٧٥	٨٦	٢٨	٧٧	٦٢
٨٨	٩٠	٩١	٦٥	٦٤	٦٠	٧٤	٨٥	٧٩	٨٩	٦٣	
٨٢	٨٣	٧٧	٦٤	٧٨	٦٧	٨٥	٦١	٧٣	٦٧	٨١	
٨٠	٦٢	٦٧	٧٢	٥٧	٩٠	٧٨	٨٠	٥٣	٧٨	٩٣	
٨٦	٧٥	٧٣	٦٥	٧٨	٩٠	٧٢	٧٣	٧٥	٦٢	٦٠	
٧٧	٩٣	٧٩	٧٥	٨٠	٧١	٨٨	٩٥	٧٥	٥٩	٦٥	
٧٥	٧٧	٨٩	٧٣	٩٦	٧٣	٧٣	٨٧	٧٩	٦٢	٧٦	
٧٨	٧٢	٧٦	٦٢	٦٨	٧٤	٨٢	٧٨	٨٨	٧٧	٦٥	
٩٥	٦٩	٦٠	٧٦	٦٠	٧٤	٩٤	٧٥	٧٢	٧٣	٨٥	

والمطلوب:

١ - تكوين جدول تكراري ذي الفئات مناسب.

٢ - رسم كل من المدرج التكراري - المضلع التكراري.

٣ - رسم المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط وإيجاد الدرجة التي تمثل نقطة تقاطع المنحنيين.

المجتمع الإحصائي:

من المهم جداً أن يحدد الباحث نوع وطبيعة مجال بحثه أو المجتمع الإحصائي الذي هو عبارة عن مجموعة من الوحدات أو المفردات ذات الصفات المشتركة، إن تحديد المجتمع الإحصائي يتوقف على أهداف البحث كما يتوقف على اختيار الوحدة المناسبة من غرض البحث.

هناك أسلوبان يستخدمان لجمع البيانات الإحصائية من المجتمع الإحصائي هما:

أولاً - أسلوب التسجيل الشامل.

ثانياً - أسلوب العينات.

التسجيل الشامل هو جمع البيانات من جميع المفردات التي تكون مجتمع مجال البحث كما هو الحال بتعداد السكان الذي تقوم بها أجهزة التخطيط والجهاز المركزي للإحصاء والذي يجري في فترات متساوية كأن يكون كل عشر سنوات أو خمس سنوات أو حسب ظروف البلد المعني.

وتعتبر طريقة التسجيل الشامل أفضل طريقة لجمع البيانات، وذلك لأنها تعطي بيانات كاملة حول الظواهر التي تهم البحث، لكن الصعوبات المالية والفنية واختيار الطريقة المناسبة وإلى الوقت الطويل تجعل من العسير استخدامها. وكذلك لا يمكن استخدام طريقة الحصر أو التسجيل الشامل عندما يكون المجتمع الإحصائي غير محدد.

مفهوم العينات:

يقصد بالمجتمع الإحصائي هو مجموع كل الظواهر المحتملة التي لها خواص مشتركة، أمثلة كثيرة على ذلك مثل سكان مدينة طرابلس، عدد الطلبة الموجودين في جامعة التحدي الليبية وغير ذلك.

ومن المعروف أنه إذا كان حجم المجتمع الإحصائي صغيراً فإنه يسهل دراسته وتحليله ولذلك يقوم الباحث في هذه الحالة بدراسة خواص المجتمع الإحصائي الذي يرغب في دراسته، وليس هذا تعميقاً وقد يقوم الباحث بدراسة أفراد المجتمع كلهم رغم كبر حجم هذا المجتمع. وهذا ما جرت عليه معظم الدول عند قيامها بعملية التعداد الشامل لكل سكانها.

أما العينة فيقصد بها عدد الظواهر التي لها خواص مشتركة والتي تكون جزءاً من

المجتمع الإحصائي، ويجب في هذه الحالة أن تكون العينة ممثلة للمجتمع الأصلي تمثيلاً صادقاً. ومن المعروف أن المعاينة تستخدم في القطاعات العامة والخاصة وفي جميع الميادين الاجتماعية والتجارية والصناعية .... إلخ.

تصميم العينات:

من الواضح أنه قبل أن يستقر الرأي على إجراء معاينة ما علينا أن نعرف أولاً ما هي المعلومات المطلوبة، ولماذا نريدها ؟ وما هي أهميتها ؟ وكيفية استخدامها ؟ ولماذا نريد عينة للحصول على بينات ؟ وهذه الأسئلة تجعلنا نرى ما إذا كان من الضروري استخدام عينة، فقد نستنتج أن البيانات المطلوبة يمكن الحصول عليها من مصادر أخرى بدون الالتجاء إلى عينة.

وإذا ما وجدنا أنه من الضروري إجراء معاينة فإن رائدنا الأساسي يكون دائماً الحصول على عينة تعطي نتائج ذات دقة عالية بأقل تكاليف ممكنة، أو التي تعطي دقة تكاليف معينة. وهناك بعض الخطوات الأساسية التي يجب أخذها في الاعتبار عند إجراء معاينة أهمها هي:

١ - تعرف الدراسة المطلوبة، فلابد من إجراء هذا الموضوع ونتعرف على ما هو المطلوب، ثم نبحث عن التعميمات المختلفة الممكنة وعن الأسئلة التي يراد الإجابة عليها، وكل المصادر التي سنحصل عليها في الإجابات.

٢ - تعريف وتحديد المجتمع الذي نريد معاينة، حيث لابد من تعريفه تعريفاً جيداً ودقيقاً ومعرفة العناصر الداخلية فيه.

٣ - لابد من دراسة كل المراجع الممكنة ذات الصلة بالموضوع.

٤ - تحديد نوع البيانات المراد جمعها ومدى ضروريتها.

٥ - تحديد طريقة جمع البيانات وطريقة قياسها وأنسب الأوقات لإجراء المعاينة

أنواع العينات:

من الممكن تصنيف العينات الإحصائية إلى نوعين رئيسيين هما:

١ - العينات الاحتمالية.

٢ - العينات غير الاحتمالية.

وفيما يلي شرحاً مفصلاً لأنواع العينات المستخدمة في البحوث التربوية والاجتماعية وهما كالآتي:

أولاً - العينات الاحتمالية:

١ - العينة العشوائية البسيطة:

وهي العينة المتجانسة التي يشترك جميع أفرادها في صفات معينة، مثلاً الطلبة يشتركون في صفات الطول والوزن، في هذا النوع من العينات نعطي جميع أفراد المجتمع الاحصائي نفس الفرصة في الاختيار، أي ما يعرف بتكافؤ الفرص أو تساوي الاحتمالات، فمثلاً نأتي بمجموعة من البطاقات المتشابهة تماماً نكتب على كل منها رقماً يمثل فرداً في المجتمع ونخلطها جيداً ثم نسحب بطاقة تلو البطاقة الأخرى.

إن طريقة العدد العشوائي تحتاج إلى قائمة مفصلة تضم جميع أسماء مجتمع البحث وهذه الأسماء مرقمة ترقيماً متسلسلاً تصاعدياً يبدأ من الرقم (١) وينتهي بالرقم (٢٠.٠٠٠) على سبيل المثال. والباحث يريد أن يختار عينة تتكون من (٥٠٠) مواطن من مجتمع البحث الأصلي، والاختيار يكون أولاً بتحديد الرقم العشوائي المناسب وتحديد مسافة الاختيار، ولكن تحديد الرقم العشوائي لا يشكل مشكلة بالنسبة للباحث فقد يختار على سبيل المثال رقم (٤) وبعد اختيار هذا الرقم في القائمة يحدد مسافة الاختيار، ومسافة الاختيار تستخرج بتقسيم عدد وحدات العينة على عدد وحدات المجتمع الأصلي الذي يسحب من العينة، والمعادلة الإحصائية التالية توضح لنا ذلك.

$$م\,أ = \frac{ن\,م}{ن\,ع}$$

حيث أن: م أ = مسافة الاختيار.

ن م = حجم مجتمع البحث.

ن ع = حجم العينة المختارة.

$$م\,أ = \frac{٢٠,٠٠٠}{٥٠٠} = ٤٠$$

مثال:

لو كان حجم العينة المختارة (٥٠٠) مواطن وحجم المجتمع الإحصائي الأصلي (٢٠,٠٠٠) مواطن فإن مسافة الاختيار هي (٤٠) أي أن كل مواطن في العينة يمثل (٤٠) مواطناً في مجتمع الأبحاث وفي حالة اختيار رقم (٤) كرقم عشوائي وأن مسافة الاختيار (٤٠) فإن وحدات العينة المختارة تكون على الشكل الآتي ٤٤، ٨٤، ١٠٤، ٤) وهكذا إلى أن يختار (٥٠٠) رقم من المجتمع الإحصائي البالغ (٢٠,٠٠٠) رقم موجودة في قائمة مجتمع البحث أو (إطار البحث).

٢ - العينة العشوائية المركبة (الطبقية):

وهي العينة التي تؤخذ من مجتمع غير متجانس أي أنه متكون من عدة طبقات تتصف كل منها ببعض الخواص والصفات التي تميز بعضها عن البعض الآخر.

مثلاً إذا أخذت عينة من السكان فإننا نلاحظ من حيث الجنس مكونة من طبقتي الإناث والذكور، كما أننا إذا نظرنا إلى العينة نفسها من جهة أخرى إلى المستوى العلمي فإنه في هذه العينة تحتوي على المراتب عديدة تبدأ من (الأمي) وتنتهي بشهادة الدكتوراه، ففي مثل هذه العينات المركبة والغير متجانسة من الضروري بأن تمثل العينة طبقات المجتمع تمثيلاً جيداً. مثال آخر لو أردنا دراسة أحوال العمال في مشروع صناعي فمن المهم جداً أن نأخذ في عين الاعتبار عند أخذ العينة أن تشمل على الإناث والذكور من العاملين وبالإعداد الممثلة للمجتمع العمالي للمشروع، لأن العينة الكلية هي عبارة عن مجموع أفراد الطبقات المكونة لها. فلو فرضنا أن حجم العينة (٨٠) شخصاً أو عاملاً وأن نسبة الإناث تساوي (٢٥ ٪) من العمال وعلى هذا الأساس فإن عدد الإناث يساوي (٢٥ ٪ = ٢٠ × ٨٠) عاملة وعدد الذكور يساوي (٨٠ × ٧٥ = ٦٠) عاملاً.إذن العينة الكلية تساوي (٢٠ + ٦٠ = ٨٠) (عاملاً وعاملة) فأخذ أفراد كل طبقة على حده، وتسحب الأعداد المطلوبة كما جرى في العينة العشوائية البسيطة الاعتيادية التي سبق وإن تم ذكرها سلفاً.

٣ - العينة العشوائية النظامية (الأسلوبية):

وهي العينة التي تؤخذ من مجتمع يرغب فيها البحث بأن يجري دراسة معينة على بعض العوائل في منطقة ما، وأن تكون العينة عشوائية غير تجريبية، فعلى الباحث أن يتبع الخطوات التالية:

أ - تعيين النسبة المسحوبة حسب حجم المنطقة التي تمثل المجتمع.

ب - ترقيم دور السكن للمنطقة حسب نظام معين.

جـ- توضع الأرقام الأولية ويسحب رقم أو رقمين حسب ما هو مقرر.

نفرض أنه قد تقرر أن يكون نسبة العينة في المجتمع (٥ ٪) فعلينا أن نسجل الأرقام من (١-٩) على كارتات أو قصصات ورق وكل قصاصة تحمل رقم، ثم تخلط هذه الأرقام جيداً ويسحب رقماً واحداً من الكيس أو الصندوق، فلو وجد الرقم (٧) مثلاً تكون العينة الدور التي أرقامها كما يلي:

(١٧,٧ ، ٢٧ ، ٣٧، ٤٧ ، ٥٧ ، ٦٧ .... إلخ) وهكذا في نهاية ترقيم الدور.

ويمكن اعطاء صورة أخرى للعينة الأسلوبية أو النظامية، أن نأخذ العينة من مجتمع إحصائي ما نبدأ أولاً باختيار وحدة أو نقطة ما بطريقة اعتباطية ثم نسحب بقية وحدات العينة بالنسبة لاعتبار معين، إذا كان المجتمع الإحصائي قائمة بأسماء نأخذ ابتداءً من تلك النقطة كل اسم يبدأ بحرف معين مثل حرف (ع) وإذا كانت قائمة بأرقام نسحب الأرقام التي تكون الحد الثاني للفقرات المتساوية أو الأرقام التي أحادها مثل رقم الأحاد للرقم الذي اخترناه بالطريقة العشوائية، وكما قلنا أن العينة الأسلوبية شائعة الاستخدام لسهولتها وبساطتها ولكن الاختيار على هذه الصورة قد تعرض العينة إلى بعض التحيز. وعلى العموم أن العينة التجريبية تعطي عينة ذات مسافات متساوية بين العناصر، ولهذا ضمن المتوقع أن تعطي النتائج أدق لمتوسط المجتمع، إلا إذا كانت الوحدات التي تتكون منها العينة متشابهة ومرتبطة بعضها ببعض.

٤ - العينة العشوائية متعددة المراحل:

سبق وأن ذكرنا أننا نفترض في عملية المعاينة أن المجتمع يتكون من وحدات محدودة غير متداخلة تسمى وحدات المعاينة، فمثلاً مجتمع السكان قد يقسم إلى وحدات معاينة من المساكن أو العائلات أو الأفراد .... إلخ.

والعينة المتعددة المراحل تبنى على تقسيم الوحدات في المجتمع الذي يراد بحثه إلى مجموعات، وهذه تستخدم كوحدات معاينة، وتمسى وحدات المعاينة (الإبتدائية) وفي بعض

الأحيان قد نختار العينة من هذه الوحدات الإبتدائية وتدرس كل على حده من الوحدات، أما المعاينة البسيطة ذات المرحلتين فهي المعاينة التي تتم على مرحلتين أولهما هي اختيار عينة عشوائية بسيطة من الوحدات الإبتدائية ثم نختار عينة عشوائية بسيطة من بين الوحدات الثانوية لكل وحدة ابتدائية مختارة.

ولتوضيح فكرة المعاينة في مجموعات نفرض أن لدينا مدينة تتكون من عشرة قطاعات ونريد دراسة المتاجر في المدينة بواسطة المعاينة المتعددة المراحل، فإذا اخترنا مثلاً أربعة قطاعات من الطريقة العشوائية البسيطة، ثم درسنا كل المتاجر في كل قطاع اخترناه فإن هذه تسمى عينة ذات مرحلة واحدة، أما إذا أخذنا عينة عشوائية من متاجر كل قطاع فإن العينة في هذه الحالة تكون مرحلتان ويمكن زيادة عدد حسب الظروف. وغالباً، ما تكون العينة العشوائية المتعددة المراحل طريقة مناسبة، وذات تكاليف قليلة خصوصاً عندما يكون استخدام المعاينة العشوائية البسيطة لأفراد مجتمع كبير، كثيرة التكاليف كما إن اختيار عينة عشوائية بسيطة يستلزم وجود قائمة بكل مفردات المجتمع، كما أنه إذا أردنا معاينة أسر بالطريقة العشوائية البسيطة فإن هذا يستلزم وجود قائمة بكل الأسر التي يمكن الاختيار منها، فإذا لم توجد اضطررنا إلى عملها وهذا ما يكلف من المال والوقت والجهد، ولكننا لو استخدمنا العينة المتعددة المراحل فإننا لا نريد قائمة بالأسر إلا للمناطق التي نختارها من هذه المرحلة الأولى وحتى إذا لم توجد فإن عملها لا يستدعي المجهود اللازم لإنشاء قائمة بالأسر كلها.

ثانياً - العينات غير الاحتمالية:

من هذا النوع من العينات يكون أخذ الوحدات المكونة بطريقة (تحكمية) شخصية ولا تقوم على أساس عشوائي، هناك نوعان من هذه العينات هما:

١ - العينة الحصصية:

يتم أخذ الوحدات من العينة الحصصية على أساس تقسيم المجتمع إلى طبقات بالنسبة لبعض المعايير ذات العلاقة بالبحث، ثم يؤخذ بطريقة شخصية من كل طبقة عدد من الوحدات تتناسب للمجتمع. لنفرض أننا نريد التعرف على رغبات وآراء سكان مدينة طرابلس لبرامج الإذاعة المرئية، وإذا أردنا أخذ عينة حصصية نقسم السكان حسب العمر والحالة

التعليمية والحالة المدنية وما شابهه على اعتبار أن نظرة الفرد بالنسبة لهذه البرامج تتوقف على مستوى عمره ومستوى ثقافته ومستواه المهني، ثم نأخذ كل قسم عدد من الوحدات تتناسب مع وجوده بين السكان الذي نجري البحث عليهم فنحصل بذلك على عينة تمثل المجتمع، أي تمثل مختلف الآراء والرغبات.

ومن عيوب هذه الطريقة هو التحيز الذي ينجم من قبل الباحث لاختيار مفردات حسب رغبته كأن يعمد إلى اختيار (س) من الناس وعدم اختيار (ص) منهم وهكذا ......

٢ - العينة العمودية:

وهي العينة التي تتألف من وحدات أخذت بطريقة يراعى بها أن تكون قريبة من المتوسط في المجتمع موضوع البحث. فلو كنا بصدد دراسة الأحوال المعيشة والاجتماعية لسكان قرية ما، فإننا نختار العوائل المكونة للعينة العمدية بحيث يكون فيها متوسط الدخل مساوياً لمتوسط دخل مجتمع العوائل في القرية، أي أننا نقوم بدراسة عدد قليل من عائلات هذه القرية، نعرف سلفاً أن حالتهم هي في الواقع متوسط حال العوائل في هذه القرية.

وملاحظة حالة هؤلاء يعطي على الأكثر صورة صحيحة عن متوسط حالة العائلات في القرية كلها. أي أننا تعمدنا عدد من العائلات وتركت غيرهم.

ومن أهم عيوب هذا النوع من العينة أنها تتحيز نحو صفة من الصفات في المجتمع الإحصائي هو (المتوسط) ولذلك فإن استعمالها قليل وفي الحالات الاضطرارية فقط. وقبل أن نختم ما تطرقنا إليه من العينات أنواعها وطريقة استخدامها لابد من التأكيد على العلاقة الهامة بين حجم العينة وعدد وحداتها وصفة تمثيل المجتمع الإحصائي، وكذلك لا بد الأخذ بعين الاعتبار الصعوبات المالية والفنية بإجراء البحوث والمساحات الشاملة فإن ذلك يضطرنا إلى الاستعاضة بطريقة العينات، غير أن صعوبة العمل وزيادة الأحوال المعروفة يجب أن لا تتخذ عذراً من جعل العينات من الصغر بحيث لا تتوافر فيها صفات تمثيل المجتمع بدرجة معقولة من الدقة. فالبحث الذي يراد إجراؤه لا قيمة له مطلقاً إذا لم تتوافر فيه هذه الشروط بل ربما أصبح هذا البحث مضللاً إذا اعتمدت آراؤنا وتصرفاتنا عليه.

وكما ذكرنا الفوائد الناتجة من استخدام العينات بدلاً من إجراء التعداد الشامل تلخص أيضاً بعض عيوب العينات وهي:

أ - العينات لا تعطي المعلومات الكاملة عن كل مفردة من مفردات المجتمع.

ب - قد يلزم في بعض الأحيان أن تكون العينة كبيرة للحصول على الدقة المطلوبة، وفي هذه الحالة تكون في حالة عدم تغير بين فحص جميع مفردات المجتمع وسحب عينه.

جـ- قد يلزم دقة كاملة لا يمكن توافرها إلا عن طريق التعداد الشامل.

د - نتائج العينات تحوي أخطاء المعاينة.

أخطاء اختيار العينات:

لقد تم التطرق إلى أن هناك نوعين من أخطاء أساليب البحث الإحصائي في التسجيل أو الحصر الشامل والعينات وهما:

أولاً - خطأ التمييز:

حيث يظهر هذا النوع من الخطأ في أسلوب التسجيل الشامل (الحصر الشامل) لا سيما عندما لا تتوفر الإمكانيات الفعلية لدى الباحث. ويتعرض له أسلوب العينات بدرجة أقل إذا اعتنى المشتغلون في البحث باختيار العينة، ويمكن ملافاته بحذف مصدر الخطأ إذ قد يكون هذا المصدر هو عدم دقة الإشراف أو عدم التبويب أو عدم توافر الوعي الإحصائي عند الأفراد.

ثانياً - خطأ الصدفة:

أكثر ما يكون هذا النوع من الخطأ في العينات وينجم عن أحد الأسباب الآتية:

أ - أخذ عينة من مصدر خاطئ كأن يستخدم دليل الهاتف (التليفون) للحصول على عينة تمثل الرأي العام.

ب - التحيز الشخصي أثناء أخذ العينة فقد يكون متعمداً، مثل جمع بيانات خاصة ببحث معين من قسم من المفردات وتجاهل المفردات الأخرى، وقد يكون غير متعدد مثل اختيار وحدات العينة بغض النظر على أي اسم ضمن أسماء مدرجة في كشف، أو اختيار نقطة في صفحة حتى لو أغمض الباحث عينة إذ أن طريقة الاختيار هذه غير صحيحة.

جـ- جمع بيانات ناقصة، فمثلاً إهمال العامل الجغرافي عند دراسة مستوى المعيشة بتقسيم الأسر المبحوثة حسب دخلها، فمن المعروف أن نفقات المعيشة في الحضر أعلى بكثير منها في الريف أو تصميم صلاحية سجاد معين بتجزئته إلى قطعتين أو ثلاث فقط، إن خطأ الصدفة يتضاءل كلما كبر حجم العينة أو يتزايد كلما صغر حجمها.

مقاييس النزعة المركزية Measures of Central Tendency:

تطرقنا سابقاً أن الإحصاء ليس فقط عملية جمع للمعلومات والبيانات الرقمية وعرضها في جداول ورسومات بيانية، ولكنه أيضاً عملية تحليل لهذه البيانات بهدف استقراء النتائج واتخاذ توصيات، أو مقترحات أو قرارات على شكل تقديرات أو تنبؤات.

وعملية التحليل تحتاج إلى أنواع معينة من المقاييس سندرس منها مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي - الوسيط - المنوال).

وقد يتساءل الفرد لماذا سميت بالنزعة المركزية، وللإجابة عن ذلك قد لوحظ أن غالبية القيم للظواهر تميل إلى التمركز أو التجمع حول قيمة متوسطة في مركز التوزيع، وإذا كان الحديث عن فئة داخل التوزيع التكراري فيكون التجمع في مركز هذه الفئة وسندرس من هذه المقاييس المتوسطات وذلك في النقاط الآتية:

أولاً - الوسط الحسابي The Mean:

١ - كيفية حساب المتوسط الحسابي من الدرجات الخام:

إذا كان لدينا مجموعة من الدرجات الخام س١، س٢، س٣، .... س ن عددها درجة أو مفردة أو مشاهدة فإن:

الوسط الحسابي = مجموع هذه الفئات

عدد هذه الدرجات

وسنرمز له بالرمز س.

س = س١ + س٢ + س٣ .... + س ن

ن

مجـ ن

= س = ١ س س

ن

حيث س س: تدل على المشاهدة (الدرجة) الرائية أي رقم س بالترتيب.

ن: حجم العينة (عدد الدرجات أو المفردات).

مثال:

البيانات التالية تمثل درجات عشرة طلاب في اختبار للتحصيل الدراسي في مادة الكيمياء ٦٠، ٨٠، ٤٢، ٣٨، ٧٣، ٦٠، ٨١، ٧٣، ٨٠ .

المطلوب: حساب الوسط الحسابي لهذه الدرجات.

الحل:

١٠

س = مجـ س س

س = ١

١٠

س = ٦٠ + ٨٠ + ٤٢ + ٣٨ + ٧٣ + ٦٠ + ٨٠ + ٧٣ + ٨٠ + ٦٠

١٠

س = ٦٤٦ + ٦٤,٦

١٠

ويمكن وضعها في جدول تكراري بسيط (درجة تكرار) ومن ثم يمكن إيجاد مجموع الدرجات عن طريق التكرارات.

جدول (٢-٢٤)

التكرار س س	التكرار ك س	الدرجة × التكرار س س × ك س
٨٠	٣	٢٤٠
٤٢	١	٤٢
٦٠	٣	١٨٠
٣٨	١	٣٨
٧٣	٢	١٦٤
	١٠	٦٤٦

٢ - إيجاد الوسط الحسابي في حالة التوزيع التكراري للفئات:

أ - الطريقة العامة:

في هذه الطريقة تمثل الفئة بمركزها وسنرمز لها بالرمز س س ويتم حساب الوسط الحسابي بالقانون السابق.

س = مجـ س س × ك س

مجـ ك س

حيث:

س س: مركز الفئة الرائية.

ك س: تكرار الفئة الرائية.

مثال:

الجدول التالي يمثل أجور مجموعة من العمال وعددهم عشرون عاملاً خلال أسبوع.

والمطلوب:

حسب الوسط الحسابي لهذا التوزيع.

جدول (٢-٢٥)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة س س	س س × ك س
٢٠ - ٢٤	٢	٢٢	٤٤
٢٥ - ٢٩	١	٢٧	٢٧
٣٠ - ٣٤	٧	٣٢	٢٢٤
٣٥ - ٣٩	٤	٣٧	١٤٨
٤٠ - ٤٤	٣	٤٢	١٢٦
٤٥ - ٤٩	٢	٤٧	٩٤
٥٠ - ٥٤	١	٥٢	٥٢
	٢٠		٧١٥

سَ = مجـ س س × ك س

مجـ ك س

= ٧١٥ = ٣٥,٧٥

من الجدول نلاحظ أن:

مجموع الدرجات (س س × ك س) = ٦٤٦

عدد الدجات ن = ١٠

سَ = ٦٤٦ = ٦٤,٦

١٠

أي أن: س = مجـ س س × ك س / مجـ ك س

الوسط الحسابي = مجموع حواصل ضرب الدرجة في التكرار المقابل / مجموع التكرارات للدرجات

مثال:

الجدول التالي يمثل أوزان ١٠٠ طالب في ثلاثة فصول من مدرسة ثانوية.

المطلوب: حساب الوسط الحسابي لهذه الأوزان

جدول (٢-٢٦)

الوزن س س	التكرار ك س	س س × ك س
٤٠	٨	٣٢٠
٥٠	١٠	٥٠٠
٦٠	١٨	١٠٨٠
٧٠	٢٩	٢٠٣٠
٨٠	٢٠	١٦٠٠
٩٠	١١	٩٩٠
١٠٠	٤	٤٠٠
	١٠٠	٦٩٢٠

سَ = مجـ س س × ك س

مجـ ك س

الوسط الحسابي = ٦٩٢٠ = ٦٩,٢٠

= ٢٠

ملاحظة:

يمكن حساب الوسط الحسابي في المثال السابق باستخدام التكرارات النسبية وفي هذه الحالة القانون المستخدم.

س̄ = مجـ ت س × س س

حيث:

ت س : التكرار النسبي للفئة

س س: مركز الفئة

جدول (٢-٢٧)

الفئات	التكرار ك س	التكرار النسبي ت س	مركز الفئة	ت س × ك س
٢٠ - ٢٤	٢	٠,١٠	٢٢	٢,٢٠
٢٥ - ٢٩	١	٠,٥٠	٢٧	١,٣٥
٣٠ - ٣٤	٧	٠,٣٥	٣٢	١١,٢٠
٣٥ - ٣٩	٤	٠,٢٠	٣٧	٧,٤٠
٤٠ - ٤٤	٣	٠,١٥	٤٢	٦,٣٠
٤٥ - ٤٩	٢	٠,١٠	٤٧	٤,٧٠
٥٠ - ٥٤	١	٠,٠٥	٥٢	٢,٦٠
	٢٠			٣٥,٧٥

س̄ = مجـ ت س × س س

= ٣٥,٧٥ وهي نفس الجواب السابق

ب - طريقة الوسط الفرضي:

الخطوات المتبعة:

١ - نفرض وسطاً فرضياً مناسباً ليكن ف ويفضل أن يكون مركز الفئة المقابل لأكبر تكرار أو يكون مركز فئة تقع في وسط الفئات (التوزيع).

٢ - نوجد انحراف مركز كل فئة عن الوسط الفرضي:

ح س = س س - ف

٣ - نوجد مجموع حواصل ضرب انحرافات الفئات في التكرار المقابل:

مجـ ح س × ك س = مجـ (س س- فـ) × ك س

٤ - نفرض في القانون:

س = فـ + مجـ ح س × ك س

مثال:

باستخدام طريقة الوسط الفرضي أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التالي:

جدول (٢-٢٨)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة س س	ح س = س س - فـ	ح س × ك س
٥٠ - ٥٨	١٢	٥٤		٣٢٤-
٥٩ - ٦٧	١٥	٦٣		٢٧٠-
٦٨ - ٧٦	١٧	٧٢	٢٧-	١٥٣-
٧٧ - ٨٥	٢٠	٨١	١٨-	٠
٨٦ - ٩٤	١٣	٩٠	٩-	١١٧
٩٥ - ١٠٣	٩	٩٩	٠	١٦٢
١٠٤ - ١١٢	١٤	١٠٨	٩	٣٧٨
	١٠٠			٩٠-

فـ = ٨١

س = فـ + مجـ ح س × ك س

مجـ ك س

= ٨١ + ٩٠-

١٠٠

= ٨١ - ٠,٩

الوسط الحسابي = ٨٠,١

جـ- الطريقة المختصرة:

الخطوات المتبعة:

١ - نختار فئة تقع في منتصف التوزيع ونفرض مركز هذه الفئة يساوي صفراً (فرضياً).

٢ - نحدد مراكز الفئات التي تسبقها بالتدرج التالي: -١، -٢، -٣، -٤، .... وهكذا فرضياً.

٣ - نحدد مراكز الفئات التي تليها بالتدرج التالي: +١ ، +٢ ، +٣ ، +٤ ، ... وهكذا فرضياً.

٤ - نحسب مجمع حواصل ضرب مراكز الفئات الفرضية في التكرارات المقابلة:

مجـ ص س × ك س

حيث ص س: مركز الفئة الرئية الفرضية.

٥ - نحسب المتوسط الفرضي:

= مجـ ص س × ك س

مجـ ك س

ولأن طول الفئة لا يساوي الواحد الصحيح كما فرضنا ولكنه يساوي ل مثلاً إذن علينا أن نضرب المتوسط الفرضي في طول الفئة ل لتصحيح هذا التقرير أي:

ل × = مجـ ص س × ك س

مجـ ك س

لذلك فإن مركز الفئة الوسيطة يساوي صفراً فرضياً ولكنه في الحقيقة يساوي س و.

إذن يجب أن يكون الوسط الحسابي بدءاً من س وليس صفراً.

ولتصحيح هذا الفرض فإن المتوسط الحقيقي

س/ = س و + ل × مجـ ص س × ك س

مجـ ك س

= مركز الفئة التي بدأ منها التدريج + طول الفئة مضروباً في (مجمع حواصل ضرب مراكز الفئات الفرضية في تكراراتها مقسوماً على مجموع التكرارات) وسنعيد حل المثال السابق بهذه الطريقة.

جدول (٢–٢٩)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة الفرضي ص س	ص س × ك س
٥٠ – ٥٨	١٢	–٣	–٣٦
٥٩ – ٦٧	١٥	–٢	–٣٠
٦٨ – ٧٦	١٧	–١	–١٧
٧٧ – ٨٥	٢٠	٠	٠
٨٦ – ٩٤	١٣	+١	١٣
٩٥ – ١٠٣	٩	+٢	١٨
١٠٤ – ١١٢	١٤	+٣	٤٢
	١٠٠		–١٠

س = س و + ل × مجـ ص س × ك س

مجـ ك س

= ٨١ + ٩ × –١٠ = ٨١ – ٠,٠٩

= ٨٠,٩ وهي نفس النتيجة السابقة.

= ١٠٠

مثال:

الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لدرجات ٤٥ طالباً بالسنة الثانية من قسم الاجتماع في مادة اللغة الإنجليزية.

جدول (٢–٣٠)

الفئات	٤٥ – ٤٩	٥٠ – ٥٤	٥٥ – ٥٩	٦٠ – ١٤	٦٥ – ٦٩	٧٠ – ٧٤	٧٥ – ٧٩	٨٠ – ٨٤	المجموع
التكرار	٤	٧	١٠	٩	٧	٤	٢	٢	٤٥

والمطلوب: حساب الوسط الحسابي بالطريقة المختصرة وبالطريقة العامة.

الحل:

جدول (٢-٣١)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة الفرضي ص س	ص س × ك س	مركز الفئة س س	س س × ك س
٤٥ - ٤٩	٤	-٤	-١٦	٤٧	١٨٨
٥٠ - ٥٤	٧	-٣	-٢١	٥٢	٣٦٤
٥٥ - ٥٩	١٠	-٢	-٢٠	٥٧	٥٧٠
٦٠ - ٦٤	٩	-١	-٩	٦٢	٥٥٨
٦٥ - ٦٩	٧	٠	٠	٦٧	٤٦٩
٧٠ - ٧٤	٤	١	٤	٧٢	٢٨٨
٧٥ - ٧٩	٢	٢	٤	٧٧	١٥٤
٨٠ - ٨٤	٢	٣	٦	٨٢	١٦٤
المجموع	٤٥		-٥٢		٢٧٥٥

بالطريقة المختصرة

س = س و + ك (مجـ س × ص س)

مجـ ك س

٦٧ + ٥ × -٥٢

٤٥

بالطريقة العامة

س = مجـ س س × ك س

مجـ ك س

= ٢٧٥٥

٤٥

متوسط المتوسطات (المتوسط الوزني):

إذا كان لدينا مجموعتان من الدرجات متوسط المجموعة الأولى ٩ ومتوسط المجموعة الثانية ١٥ فما هو متوسط المجموعتين؟

للإجابة عن ذلك نحتاج لمعرفة حجمي المجموعتين فإذا كان:

المتوسط العام (متوسط المتوسطين) = ٩ + ١٥ + ١٢ = ١٢

ولنوضح ذلك:

مجموع درجات المجموعة الأولى = ٣ × ٩ = ٢٧

مجموع درجات المجموعة الثانية = ٣ × ١٥ = ٤٥

المجموع الكلي للدرجات = ٢٧ + ٤٥

= ٧٢

مجموع حجمي المجموعتين = ٣ + ٣ = ٦

المتوسط العام = ٧٢

٦

١٢

وهي نفس النتيجة التي توصلنا إليها.

ب - إذا كانت المجموعتان غير متساويتين في الحجم ليكن متوسط المجموعة الأولى $\bar{س}_1$ وحجمها $ن_1$ ومتوسط المجموعة الثانية $\bar{س}_2$ وحجمها $ن_2$ فإن:

$$\text{المتوسط العام} = \frac{\text{المجموع الكلي للدرجات}}{\text{عدد الدرجات}}$$

$$\bar{س} = \frac{\text{متوسط المجموعة الأولى} \times \text{حجمها} + \text{متوسط المجموعة الثانية} \times \text{حجمها}}{\text{حجم المجموعة الأولى} + \text{حجم المجموعة الثانية}}$$

$$\bar{س} = \frac{\bar{س}_1 \times ن_1 + \bar{س}_2 \times ن_2}{ن_1 + ن_2}$$

وبصورة عامة:

ليكن لدينا عدة عينات متوسطاتها $\bar{س}_1$، $\bar{س}_2$ .... $\bar{س}_ن$ وأحجامها (أعدادها) $ن_1$، $ن_2$، .... $ن_ن$ على الترتيب.

$$\text{متوسط المتوسطات} = \frac{\text{مجموع حواصل ضرب متوسط كل عينة في حجمها}}{\text{مجموع أفراد العينات}}$$

$$= \frac{\bar{س}_1 \times ن_1 + \bar{س}_2 \times ن_2 + \ldots + \bar{س}_ن \times ن_ن}{ن_1 + ن_2 \ldots + ن_ن}$$

وفكرة المتوسط الوزني (المتوسط المرجح) ذات أهمية تقارب المتوسط البسيط حيث الأخير يعطي المفردات جميعها نفس الأهمية النسبية في حين قد يكون هناك بعض المشاهدات أكثر أهمية على أنه يلاحظ أن الوسط الحسابي المأخوذ من التوزيعات التكرارية يعتبر وسطاً حسابياً مرجحاً بالتكرارات.

مثال:

لدينا خمس عينات متوسطاتها ٤٠، ٥٣، ٤٢، ٣٨، ٥٦ وأحجامها على الترتيب، ٤٠، ١٢، ١٨، ٢٥، ٣٢

المطلوب: حساب المتوسط الوزني (المتوسط المرجح)

الحل:

$$\bar{س} = \frac{س_1 \times ن_1 + \bar{س}_2 \times ن_2 + \ldots\ldots}{ن_1 + ن_2 \ldots\ldots}$$

$$= \frac{٤٠ \times ١٢ + ٥٣ \times ١٨ + ٤٢ \times ٢٥ + ٣٨ \times ٣٠ + ٥٦ \times ٤٥}{١٢ + ١٨ + ٢٥ + ٣٠ + ٤٥}$$

الوسط الهندسي:

يعرف الوسط الهندسي لمجموعة القيم س١، س٢، س٣، .... س عددها (ن) قيمة (مفردة) بأنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم (المفردات) وسنرمز له بالرمز هـ.

$$هـ = س_1 \times س_2 \times س_3 \times \ldots\ldots \times س_ن$$

في حالة ن = ٢

الوسط الهندسي هـ = $\sqrt{س_١ × س_٢}$

في حالة ن = ٣

الوسط الهندسي هـ = $\sqrt[3]{س_١ × س_٢ × س_٣}$

مثال:

أوجد الوسط الهندسي للعددين ٩ ، ٤ وكذلك الوسط الحسابي.

الحل:

الوسط الهندسي هـ = $\sqrt{٩ × ٤}$ = ٦

الوسط الحسابي س = $\frac{٩ + ٤}{٢}$ = ٦,٥

س = ٦,٥

جدول (٢-٣٢)

العينة	الحجم ن	المتوسط س	الحجم × المتوسط ن × س
الأولى	١٢	٤٠	٤٨٠
الثانية	١٨	٥٣	٩٥٤
الثالثة	٢٥	٤٢	١٠٥٠
الرابعة	٣٠	٣٨	١١٤٠
الخامسة	٤٥	٥٦	٢٥٢٠
	١٣٠		٦١٤٤

س = ٦١٤٤

= ١٣٠

= ٤٧.٢٦

فوائد الوسط الحسابي:

يعتبر الوسط الحسابي من المقاييس الهامة، والتي تستخدم كمعايير للمقارنة فقد يستخدم متوسط دخل الفرد في دولة للمقارنة بمتوسط دخل الفرد في دول أخرى، أو مقارنة ذكاء فرد بالنسبة لمتوسط ذكاء أقرانه، أو زملائه في الفصل، كما تستخدم المتوسطات للمقارنة بين تحصيل طلاب مدرسة وتحصيل طلاب مدرسة أخرى في نفس الظروف، وكذلك لمقارنة متوسط أعمار دولة ما بمتوسط أعمار دولة أخرى.

خواص المتوسط الحسابي:

١ - يبيّن مدى انحراف درجة عن متوسطها وهو مدى قربها أو بعدها عن المتوسط أي الفرق بين الدرجة والمتوسط:

ح س = س س − س

حيث س س : الدرجة الرائية

س: المتوسط الحسابي

وعلى ذلك مجـ ن ح س = صفر

س = ١

مثال:

متوسط الدرجات ٣ ، ٦ ، ٥ ، ٢ ، ٤

س = ٣ + ٦ + ٥ + ٢ + ٤ = ٤

= ٥

انحراف الدرجات

٣ − ٤ ، ٦ − ٤ ، ٥ − ٤، ٢ − ٤، ٤ − ٤

−١ ، ٢ ، ١ ، −٢ ، ٠

مجموع الانحرافات = −١ + ٢ + ١ + (٢) + ٠ = ٠

وهذه الخاصية هي المستخدمة في حساب المتوسط بالطريقة المختصرة.

٢ - يتأثر المتوسط بالدرجات المتطرفة (البعيدة):

أي أن المتوسط يتأثر قليلاً بالدرجات القريبة، ولكنه يتأثر تأثراً كبيراً بالدرجات المتطرفة (البعيدة).

مثال:

متوسط الدرجات ٣، ٧، ٨، ١٢، ٤، ٢ هو س = ٦ وإذا أضفنا الدرجات ٩، ٥ قريبة فإن:

$$\text{س} = \frac{٣ + ٧ \quad ٨ + ١٢ + ٤ + ٢ + ٥ + ٩}{٨} \qquad \bar{\text{س}} = ٦,٢٥$$

فالزيارة عبارة عن ٠,٢٥

بينما إذا أضفنا الدرجات ١٧، ١٩ فإن:

$$\text{س} = \frac{٣ + ٧ + ٨ + ١٢ + ٤ + ٢ + ١٧ + ١٩}{٨} \qquad \bar{\text{س}} = ٩$$

واضح أن زيادة المتوسط الجديد على المتوسط القديم بزيادة ٣ وهذا الفرق ناتج إلى أن الدرجات ١٧ ، ١٩ متطرفتان كثيراً مقارنة بالدرجات ٩، ٥ أي أن القيم المتطرفة تؤثر تأثيراً قوياً على المتوسط وهذا يعتبر عيباً من عيوب المتوسط الحسابي.

٣ - يتأثر المتوسط بعدد الدرجات:

يتأثر المتوسط بعدد الدرجات فيميل إلى الاستقرار كلما كان عدد الدرجات كبيراً لأن تأثر المتوسط بأية درجة في هذه الحالة يمثل جزءاً من عدد الدرجات وكلما زاد المقام للكسر (بزيادة عدد الدرجات) كلما قلت قيمة الكسر وبالتالي قل تأثر المتوسط.

٤ - يمكن إضافة أو طرح المتوسطات في حالة تساوي عدد الدرجات للمجموعات وبناء على ذلك فإن:

أ - متوسط المجموعة الأولى + متوسط المجموعة الثانية = متوسط مجموعة درجات المجموعتين.

ب - متوسط المجموعة الأولى - متوسط المجموعة الثانية = متوسط فرق الدرجات في المجموعتين.

والجدول التالي يوضح ذلك:

جدول (٢-٣٣)

المجموعة أ	المجموعة ب	المجموعة أ + ب	الفرق أ - ب
٦	٥	١١	١
٨	٦	١٤	٢
١٢	١١	٢٣	١
١٤	١٣	٢٧	١
٢٠	١٥	٣٥	٥
٦٠	٥٠	١١٠	١٠
المتوسط ١٢	١٠	٢٢	٢

واضح أن: سَ أ = ١٢ متوسط درجات المجموعة أ.

سَ أ - س ب = ٢٢ متوسط درجات المجموعة ب.

سَ أ + سَ ب = ٤٢ = س أ + ب متوسط المجموعتين معاً.

سَ أ - سَ ب = ٢٢ - ١٠ = ٢ متوسط درجات الفرق بين المجموعتين

= سَ أ - ب

ملاحظة:

هذه الخاصية صحيحة حتى لو كانت قيم المجموعة ب أكبر من أو أصغر من القيمة الناظرة للمجموعة أ.

٥ - إذا أضيف عدد ك إلى كل درجة من درجات المجموعة فإن المتوسط الجديد يزيد عن متوسط الدرجات السابقة بمقدار (ك).

مثال:

ليكن لدينا مجموعات الدرجات كما بالجدول التالي:

جدول (٢-٣٤)

الدرجة س	الدرجة بعد إضافة ك ك = ١٠	الدرجة بعد إضافة ك ك = -٥
٩	١٩	٤
١٢	٢٢	٧
٣	١٣	-٢
٢٠	٣٠	١٥
٦	١٦	١
مجـ س = ٥٠	١٠٠	٢٥
س̄ = ١٠	ص̄ = ٢٠	ع̄ = ٥
	= س̄ + ١٠	= س̄ + (-٥)

٦ - لا يمكن حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة حيث لا يمكن إيجاد مركز الفئة المفتوحة.

٧ - لا يفضل استخدامه إذا كان التوزيع التكراري للبيانات شديد الالتواء.

٨ - سهولة حسابه وخضوعه للعمليات الجبرية الواضحة كما أنه يأخذ بعين الاعتبار جميع المفردات حيث يتم حسابه باستخدام مجموع المفردات وعددها.

الوسط الهندسي:

يعرف الوسط الهندسي لمجموعة القيم $س_١$، $س_٢$، $س_٣$ .. $س_ن$ عددها (ن)

قيمة (مفردة) بأنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم (المفردات) وسنرمز له بالرمز هـَ

$$هـَ = \sqrt[ن]{س_١ \times س_٢ \times س_٣ \times \ldots\ldots س_ن}$$

في حالة ن = ٢

الوسط الهندسي = هـَ $\sqrt{س_1 \times س_2}$

في حالة ن = ٣

الوسط الهندسي هـَ = $\sqrt[3]{س_1 \times س_2 \times س_3}$

مثال:

أوجد الوسط الهندسي للعددين ٩ ، ٤ وكذلك الوسط الحسابي.

الحل:

الوسط الهندسي هـَ = $\sqrt{٩ \times ٤} = ٦$

الوسط الحسابي س = $\frac{٩ + ٤}{٢} = ٦,٥$ سَ = ٩ + ٤ = ٦,٥

نتيجة:

إذا كان لدينا مجموعة المفردات $س_1$ ، $س_2$ ، ... $س_ن$ عددها (ن) مفردة ووسطها

الهندسي (هـ) حيث:

هـ = $س_1 \times س_2 \times س_3 \times س_ن$

= $(س_1 \times س_2 \times س_3 \times .... \times س_ن)$

ناخذ لوغاريتم الطرفين:

لو هـَ = $\frac{1}{ن}$ لو $(س_1 \times س_2 \times س_3 \times .... س_ن)$

= $\frac{1}{ن}$ [لو $س_1$ + لو $س_2$ + ... $س_ن$]

= $\frac{1}{ن}$ [مجـ ن لو س س]

ر س =١

لو هـَ = مجـ ن لو س س

س = ١

ـــــــــــــ

ن

أي أن:

$$\text{لوغارتيم الوسط الهندسي} = \frac{\text{مجموع لوغارتيمات المقررات}}{\text{عدد المفردات}}$$

= الوسط الحسابي للوغارتيمات المقررات

ومن جداول الأعداد المقابلة للوغارتيمات يمكن حساب قيمة الوسط الهندسي بمعلومية لو هـ.

ملاحظات:

الوسط الهندسي يتعلق بالقيم الموجبة فقط لذلك نجد استخداماته في تركيب الأرقام القياسية وحساب معدلات النمو وكذلك حساب متوسطات النسب أو المعدلات.

ملاحظة:

في حالة جداول التوزيع التكراري ذات الفئات فإن:

لو هـ = مجـ ك × لو س

حيث س: مركز الفئة

ك: التكرار الناظر لها

مثال:

أوجد الوسط الهندسي وكذلك الوسط الحسابي للتوزيع التالي:

جدول (٢-٣٥)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة س س	لو س س	ك × لو س	ك × س
١٠ - ١٤	٦	١٢	١,٠٧٩١	٦,٤٧٤٦	٧٢
١٥- ١٩	١٤	١٧	١,٢٣٠٤	١٧,٢٢٥٦	٢٣٨
٢٠ - ٢٤	١٩	٢٢	١,٣٤٢٤	٢٥,٥٠٥٦	٤١٨
٢٥ - ٢٩	٢٧	٢٧	١,٤٣١٤	٣٨,٦٤٥١	٧٢٩
٣٠ - ٣٤	٢٢	٣٢	١,٥٠٥٢	٣٣,١١٤٤	٧٠٤
٣٥ - ٣٩	١٢	٣٧	١,٥٦٨٢	١٨,٨١٨٤	٤٤٤
	١٠٠			١٣٩,٧٨٣٧	٢٦٠٥

الوسط الهندسي:

لو هـَ = مجـ ك × لو س

مجـ ك

لو هـ = ١٣٩,٧٨٣٧ = ١,٣٩٧٨

١٠٠

هـ = ٢٤,٩٩ من الأعداد المقابلة للورغارتيمات.

الوسط الحسابي:

سَ = مجـ ك × لو س

مجـ ك

= ٢٦٠٥ = ٢٦,٠٥

١٠٠

الوسط التوافقي:

يعرف الوسط التوافقي بأنه مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات الأعداد.

فإذا كان لدينا مجموعة الأعداد أو المفردات س ، س، س ، .... س بشرط مقلوب هذه القيم:

١ ، ١ ، ١ .... ، ١

س١ س٢ س٣ س ن

المتوسط - الحسابي لهذه القيم:

= مجـ ن ١

س = ١ س س

ن

ويكون الوسط التوافقي (ق) مقلوب الناتج السابق:

ق = ن

مجـ ١

س

في حالة التوزيعات التكرارية حيث س مركز الفئة ك التكرار المقابل فإن:

ق = مجـ ك

مجـ ك × ١

س

وإذا كانت الفئات غير متساوية فالوسط التوافقي المرجح:

مجـ ن ك

س = ١

ق =

مجـ ن و س × ١

س س

حيث و س: أوزان قيم المتغير (التكرار النسبي)

ويستخدم الوسط التوافقي عادة في حساب معدل التغير أو معدل السرعة أو حساب متوسطات الأسعار.

مثال:

أوجد:

١ - الوسط التوافقي.

٢ - الوسط الهندسي.

٣ - الوسط الحسابي.

وقارن بين الأوساط الثلاثة للدرجات ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

الحل:

١ - لحساب الوسط التوافقي:

مجـ ١/س = ١/٦ + ١/٧ + ١/٨ + ١/٩

= ٠,١٦٧ + ٠,١٤٣ + ٠,١٢٥ + ٠,١١١

= ٠,٥٤٦

ق = ن / مجـ (١/س) = ٤ / ٠,٥٤٦ = ٧,٣٣

٢ - لحساب الوسط الهندسي:

لو هـ = (لو ٦ + لو ٧ + لو ٨ + لو ٩) / ٤

= (٠,٧٧٨ + ٠,٨٤٥ + ٠,٩٠٣ + ٠,٩٥٤) / ٤ = ٠,٨٧٠١

هـ = ٧,٤٢

٣ - لحساب الوسط الحسابي:

سَ = (٦ + ٧ + ٨ + ٩) / ٤ = ٧,٥٠

نلاحظ أن:

الوسط التوافقي = ٧,٣٣

الوسط الهندسي = ٧,٤٢

الوسط الحسابي = ٧,٥٠

أي أن: الوسط التوافقي < الوسط الهندسي < الوسط الحسابي

قَ < هـَ < سَ

تمرين:

أوجد:

١ - الوسط التوافقي

٢ - الوسط الهندسي للتوزيع التكراري التالي:

٣ - الوسط الحسابي

جدول (٢-٣٦)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة س س	١ / س س	ك × ١
٦ – ٨	٢	٧	٠,١٤٣	٠,٢٨٦
٩ – ١١	٣	١٠	٠,١٠٠	٠,٣٠٠
١٢ – ١٤	٦	١٣	٠,٠٧٧	٠,٤٦٢
١٥ – ١٧	٥	١٦	٠,٠٦٣	٠,٣١٥
١٨ –٢٠	٤	١٩	٠,٠٥٣	٠,٢١٢
	٢٠			١,٥٧٥

الوسط التوافقي = مجـ ك = ٢٠ = ١٢,٧

مجـ ك × ١ ١,٥٧٥

س ق = ١٢,٧

جدول (٢-٣٧)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة س س	لو س	ك س × لو س	ك س × س س
٦ - ٨	٢	٧	٠,٨٤٥	١,٦٩	١٤
٩ - ١١	٣	١٠	١,٠٠٠	٣,٠٠	٣٠
١٢ - ١٤	٦	١٣	١,١١٤	٦.٨٨	٧٨
١٥ - ١٧	٥	١٦	١,٢٠٤	٦,٠٢	٨٠
١٨ -٢٠	٤	١٩	١,٢٧٩	٥,١٣	٧٦
	٢٠			٢٢,٥١	٢٧٨

الوسط الهندسي:

لو هـ = مجـ ك × لو س

= مجـ ك

= ٢,٥١

= ٢٠

= ١,١٢٥

هـَ = ١٢,٦

الوسط الحسابي:

سَ = مجـ ك س × س س

= مجـ ك س

= ٢٧٨

= ٢٠

= ١٣,٩

واضح أن:

ق < هـ < س < وهي نفس نتيجة المثال السابق.

ثانياً - الوسيط:

إذا كان لدينا مجموعة من الدرجات مرتبة في ترتيب تصاعدي أو تنازلي فالنقطة أو القيمة التي تقع في منتصف هذا التوزيع للدرجات (يسبقها نصف عدد الدرجات ويليها النصف الآخر) تسمى الوسيط.

أو يعتمد حساب الوسيط في حالة الدرجات الخام (غير المبوبة) على عدد الدرجات ونوعها (فردية أو زوجية).

فإذا كان عدد المفردات (ن) فردياً فإنه بعد إعادة ترتيب الدرجات تصاعدياً أو تنازلياً يكون الوسيط هو المفردة التي ترتيبها $\frac{ن + ١}{٢}$

مثال:

أوجد الوسيط للدرجات التالية

١٢ ، ١٧ ، ١٩ ، ١٨ ، ٢٥ ، ١٠ ، ٦

الحل:

ترتيب المفردات تصاعدياً

٦ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٧ ، (١٨) ، ١٩ ، ٢٥

رتبة الوسيط = $\frac{٧ + ١}{٢}$ = ٤

القيمة الرابعة في الترتيب هي ١٧ (الوسيط) أما إذا كانت عدد المفردات (ن) زوجياً.

من هذه الحالة توجد مفردتان وسيطيتان رتبناهما $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن + ١}{٢}$ بعد الترتيب التصاعدي أو التنازلي ويكون الوسيط هو متوسط هاتين القيمتين.

مثال:

احسب الوسيط للدرجات:

٣ ، ٩ ، ١٦ ، ٣٠ ، ٢٢ ، ١٨ ، ٢٧ ، ٢٥

الحل:

ترتيب المفردات تصاعدياً (ن = ٨ زوجي)

٣ ، ٩ ، ١٦ ، [١٨ ، ٢٢] ، ٢٥ ، ٢٧ ، ٣٠

المفردتان الوسيطتان رتبتاهما $\frac{٨}{٢}$ ، $\frac{٨}{٢} + ١$

أي ٤ ، ٥

المفردتان الوسيطيتان هما ١٨ ، ٢٢

$$\text{الوسيط} = \frac{١٨ + ٢٢}{٢}$$

$$= \frac{٤٠}{٢} = ٢٠$$

في حالة البيانات المبوبة فإن رتبة الوسيط تساوي مجموع التكرارات مقسوماً على ٢ .

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{\text{مجـ ك}}{٢}$$

مثال:

أحسب الوسيط للتوزيع التكراري التالي:

جدول (٢-٣٨)

الدرجة	٩	١١	١٢	١٥	١٧
التكرار	٣	٤	٨	٥	٣

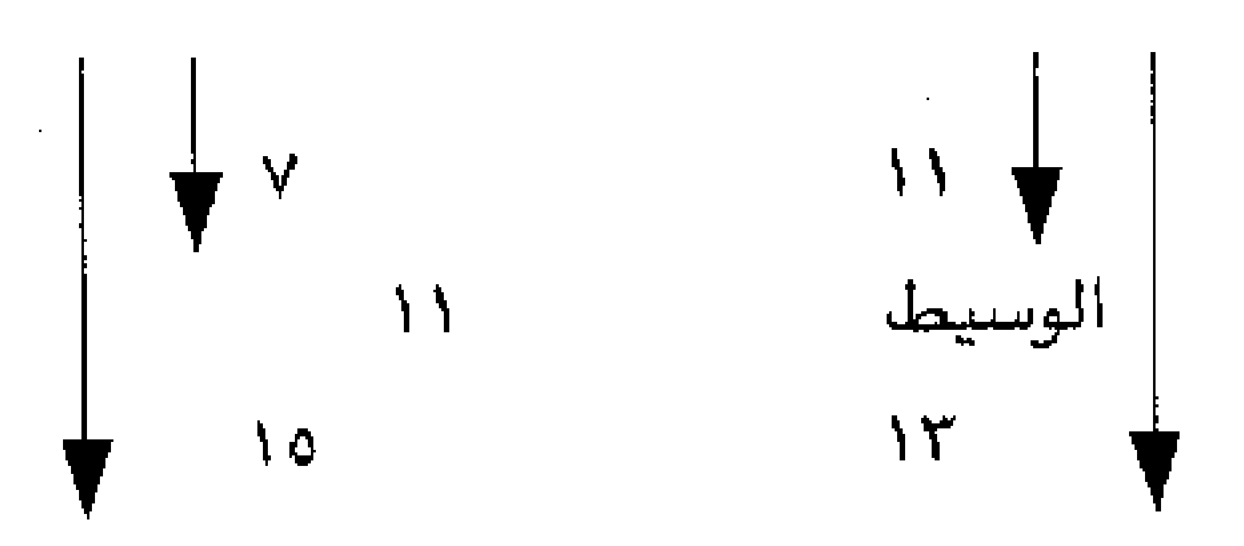
نكون الجدول التالي:

جدول (٢-٣٩)

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
٩	٣	٣
١١	٤	٧
١٣	٨	١٥
١٥	٥	٢٠
رتبة الوسيط = ٢٢/٢ = ١١	٢	٢٢
	٢٢	

وهذه القيمة تقع بين ٧ ، ١٥ في التكرار المتجمع الصاعد .

الوسيط يقع بين ١١ ، ١٣



الزيادة بين الوسيط والدرجة ١١ تناظر الزيادة بين رتبة الوسيط (١١) والقيمة ٧

ويمكن اتباع القاعدة:

الوسيط - ١١ / ١٣ - ١ = ١١ - ٧ / ١٥ - ٧

الوسيط - ١١ / ٢ = ٤ / ٨

الوسيط - ١١ = ١

الوسيط ١ + ١١ = ١٢

كيفية حساب الوسيط:

أ - حساب الوسيط في حالة التوزيع التكراري ذي الفئات:

لما كان الوسيط مقياساً ترتيباً لذلك سنحتاج إلى التكرار المتجمع الصاعد أو النازل والخطوات المتبعة في هذه الحالة ستكون من خلال المثال التالي:

مثال:

الجدول التالي يمثل درجات مجموعة من الطلاب

المطلوب:

حساب الوسيط لهذا التوزيع

جدول (٢-٤٠)

الفئة	التكرار	الحدود العليا الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
٥٠ - ٥٩	١٦	أقل من ٥٩,٥	١٦
٦٠ - ٦٩	٢٤	أقل من ٦٩,٥	٤٠
٧٠ - ٧٩	٤٠	أقل من ٧٩,٥	٨٠
٨٠ - ٨٩	٥٠	أقل من ٨٩,٥	١٣٠
٩٠ - ٩٩	٣٠	أقل من ٩٩,٥	١٦٠
١٠٠ - ١٠٩	٢٥	أقل من ١٩,٥	١٨٥
١١٠ - ١١٩	١٥	أقل من ١١٩,٥	٢٠٠
	٢٠٠		

الحل:

١ - نكون عمود الحدود الفعلية للفئات وكذلك عمود التكرار المتجمع الصاعد.

٢ - رتبة الوسيط = $\frac{٢٠٠}{٢}$ = ١٠٠

وهذه تقع بعد القيمة ٨٠ في عمود التكرار المتجمع الصاعد.

أي أن الوسيط يقع في الفئة ٨٠ - ٨٩ وتسمى الفئة الوسيطية

٣ - نوجد فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة التي تسبق فئة الوسيط
١٠٠ - ٨٠ = ٢٠

٤ - حيث أن تكرار الفئة التي يقع فيها الوسيط تساوي ٥٠ إذن فنسبة الوسيط لهذا التكرار تساوي:

$$\frac{٢٠}{٥٠} \quad ٠,٤$$

لكن طول الفئة = ١٠

إذا مقدار هذا الامتداد يساوي ٠,٤ × ١٠ = ٤ بما أن الحد الفعلي الأدنى لفئة الوسيط = ٧٩,٥

∴ الوسيط = ٧٩,٥ + ٤

= ٨٣,٥

ويمكن تلخيص هذه الخطوات في القاعدة التالية:

الوسيط = الحد الأدنى الفعلي لفئة الوسيط +

$$\left[\frac{\text{ترتيب الوسيط – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}}\right]$$

× طول الفئة الوسيطية

$$\text{الوسيط} = \text{ل} + \left[\frac{\text{ن} - \text{ك م}}{٢}\right] \times \text{ف}$$

حيث = ل: الحد الأدنى الفعلي للفئة الوسيطية

ن: مجموع التكرارات

ك م: التكرار المتجمع للفئة السابقة للفئة الوسيطية.

ك: تكرار فئة الوسيط.

ف: طول الفئة الوسيطية.

وبتطبيق هذه المعادلة نجد:

ل = ٧٩,٥ ، ن = ٢٠٠ ، ك م = ١٣٠ ، ك = ٥٠ ، ف = ١٠

$$\text{الوسيط} = \text{ل} + \left[\frac{\text{ن} - \text{ك م}}{٢}\right] \times \text{ف}$$

$$= ٧٩,٥ + \left[\frac{٨٠ - ١٠}{٥٠}\right] \times ١٠$$

$$= \frac{٧٩٥ + ٢٠ \times ١٠}{٥٠}$$

$$= ٧٩,٥ + ٤ = ٨٢,٥$$

ملاحظة:

إذا صدف أن كانت رتبة الوسيط موجودة في التكرار المتجمع الصاعد أو النازل فإن قيمة الوسيط تكون مباشرة قيمة الحد الفعلي الأعلى أو الأدنى المقابل لفئة التكرار المتجمع (رتبة الوسيط).

مثال:

الجدول التالي يمثل أوزان ٧٠ طفلاً

المطلوب:

حساب الوسيط لأوزان هؤلاء الأطفال

جدول (٢-٤١)

الفئات	٣٠ - ٣٤	٣٥ - ٣٩	٤٠ - ٤٤	٤٥ - ٤٩	٥٠ - ٥٤	٥٥ - ٥٩	٦٠ - ٦٤
التكرار	٣	٧	١٠	١٥	١٧	١٠	٦

الحل:

جدول (٢-٤٢)

الفئات	التكرار	الحدود العليا الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
٣٠ - ٣٤	٣	أقل من ٣٤,٥	٣
٣٥ - ٣٩	٧	أقل من ٣٩,٥	١٠
٤٠ - ٤٤	١٠	أقل من ٤٤,٥	٢٠
٤٥ - ٤٩	١٥	أقل من ٤٩,٥	٣٥
٥٠ - ٥٤	١٧	أقل من ٥٤,٩	٥٢
٥٥ - ٥٩	١٠	أقل من ٥٩,٥	٦٢
٦٠ - ٦٤	٦	أقل من ٦٤,٥	٦٨
٦٥ - ٦٩	٢	أقل من ٦٩,٥	٧٠

رتبة الوسيط = $\frac{٧٠}{٢}$ ٣٥

هذه القيمة موجودة في عمود التكرار المتجمع الصاعد:

قيمة الوسيط = الحد الفعلي العلوي المقابل = ٤٩,٥

مثال:

أوجد الوسيط للتوزيع التالي:

جدول (٢-٤٣)

الفئات	التكرار	الحدود العليا الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
١٠ - ١٦	٣	أقل من ١٦,٥	٣
١٧ - ٢٣	٧	أقل من ٢٣,٥	١٠
٢٤ - ٣٠	٩	أقل من ٣٠,٥	٢٠
٣١ - ٣٧	٠	أقل من ٤٩,٥	٣٥
٣٨ - ٤٤	١٠	أقل من ٥٤,٥	٥٢
٤٥ - ٥١	٥	أقل من ٥٩,٥	٦٢
٥٢ - ٥٨	٤	أقل من ٦٤,٥	٦٨
		أقل من ٥٩,٥	.٧٠

رتبة الوسيط = $\frac{٣٨}{٢}$ ١٩

وهذه القيمة تتكرر مرتين في عمود التكرار المتجمع الصاعد، لأن تكرار الفئة الوسيطية يساوي صفراً.

الوسيط = متوسط القيمتين القابلتين لرتبة الوسيط في عمود الحدود الفعلية العليا

$$= \frac{٣٧,٥ + ٣٠,٥}{٢}$$

$$= \frac{٦٨}{٢} = ٣٤$$

أو يكون الوسيط مساوياً في هذه الحالة لمركز الفئة الوسيطية (٣١ - ٣٧) ويساوي

$$= \frac{٣١ + ٣٧}{٢} = ٣٤$$

ب - حساب الوسيط من التكرار المتجمع النازل:

في هذه الحالة نوجد عمود الحدود الدنيا الفعلية والتكرارات المتجمعة النازلة (الهابطة) ثم نطبق القاعدة:

$$\left[\frac{\text{مجموع التكرارات - التكرار المتجمع النازل اللاحق لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}}\right]$$

× طول الفئة الوسيطية

$$= \text{ل} + \left[\frac{\frac{\text{ن}}{2} - \text{ت م}}{\text{ت}}\right] \times \text{ف}$$

حيث ل: الحد الأعلى للفئة الوسيطية.

ن: مجموع التكرارات للفئات.

ت م: التكرار المتجمع لنازل للفئة التالية لفئة الوسيط إلى أسفل.

ت: تكرار فئة الوسيط.

ف: طول فئة الوسيط.

مثال:

احسب الوسيط باستخدام التكرار المتجمع الناز ل للتوزيع التالي:

جدول (٢-٤٤)

الفئات	التكرار	الحدود العليا الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
١٠ – ١٤	٣	أقل من ٩,٥	٥٦
١٥ – ١٩	٥	أقل من ١٤,٥	٥٣
٢٠ – ٢٤	٩	أقل من ١٩,٥	٤٨
٢٥ – ٢٩	١٢	أقل من ٢٤,٥	٣٩
٣٠ – ٣٤	١٣	أقل من ٢٩,٥	٢٧
٣٥ – ٣٩	٨	أقل من ٣٤,٥	١٤
٤٠ – ٤٤	٦	أقل من ٣٩,٥	٦
	٥٦		

رتبة الوسيط = [٥٦ / ٢] = ٢٨

وهذه تقع بين ٢٧، ٣٩

∴ الفئة الوسيطية ٢٥ – ٢٩

الوسيط = ل [(ن – ت م) / ٢] × ف

ل = ٢٩,٥

ن = ٥٦

ت م = ٢٧

ف = ٥

ت = ١٢

الوسيط = (٢٩,٥. – ٢٨ – ٢٧ × ٤) / ١٢

= ٢٩,٥ – ٠,٣٣

= ٢٩,١٧

مثال:

الجدول التالي يمثل درجات ١٠٠ طالب في اختبار في مادة المحاسبة.

المطلوب:

١ – حساب الوسيط باستخدام طريقة التكرار المتجمع الصاعد.

٢ – حساب الوسيط باستخدام طريقة التكرار المتجمع النازل.

جدول (٢–٤٥)

الفئات	التكرار	الحدود العليا	التكرار المتجمع الصاعد	الحدود الدنيا	التكرار المتجمع النازل
٣٠ – ٣٩	٨	أقل من ٣٩,٥	٨	أكثر من ٢٩,٥	١٠٠
٤٠ – ٤٩	١٧	أقل من ٤٩,٥	٢٥	أكثر من ٣٩,٥	٩٢
٥٠ – ٥٩	٢٠	أقل من ٥٩,٥	٤٥	أكثر من ٤٩,٥	٧٥
٦٠ – ٦٩	٢٧	أقل من ٦٩,٥	٧٢	أكثر من ٥٩,٥	٥٥
٧٠ – ٧٩	١٢	أقل من ٧٩,٥	٨٤	أكثر من ٦٩,٥	٢٨
٨٠ – ٨٩	١٠	أقل من ٨٩,٥	٩٤	أكثر من ٧٩,٥	١٦
٩٠ – ٩٩	٦	أقل من ٩٩,٥	١٠٠	أقل من ٨٩,٥	٦
	١٠٠				

١ – الوسيط في حالة التكرار المتجمع الصاعد:

رتبة الوسيط = (٥٠ – ١٠٠) / ٢

الفئة الوسيطية = ٦٠ – ٦٩

ل = ٥٩,٥

ن = ١٠٠

ت م = ٤٥

ب = ٢٧

ف = ١٠

$$\text{الوسيط} = \text{ل} \left[\frac{+\text{ن} - \text{ت م}}{٢}\right] \times \text{ف}$$

$$\text{الوسيط} = ٥٩,٥ + \left[\frac{٥٠ - ٤٥}{٢٧}\right] \times ١٠$$

$$= \frac{٥٩,٥ + ٥٠}{٢٧}$$

$$= ٦١,٤$$

٢ - الوسيط في حالة التكرار المتجمع النازل:

الفئة الوسيطية ٦٠ - ٦٩

ل = ٥٩,٥

ن = ٥٠

ت م = ٢٨

ت = ٢٧

ف = ١٠

$$\text{الوسيط} = \text{ل} - \left[\frac{\text{ن} - \text{ت م}}{٢}\right] \times \text{ف}$$

$$= ٦٩,٥ - \left[\frac{٥٠ - ٢٨}{٢٧}\right] \times ١٠$$

$$= ٩٦,٥ - ٢٣٠$$

واضح أن قيمة الوسيط حوالي ٦١,٤ تقريباً.

ملاحظة:

لحساب الوسيط ي حالة الفئات غير المتساوية يجب استخدام التكرار المتجمع الصاعد (الهابط) النسبي وذلك باستخدام التكرارات النسبية.

٢ - فوائد الوسيط:

يعتبر الوسيط من المقاييس أو المعايير الهامة والتي تستخدم في المقارنة في الميادين.

التي يصلح فيها المتوسط، ويصلح الوسيط خاصة عندما يكون التوزيع التكراري للدرجات ملتوياً، أي ممتداً من أحد طرفية (موجباً أو سالباً) كذلك يصلح المتوسط في الحالات التي تهدف إلى قسمة التوزيع التكراري إلى قسمين متساويين من وسطه وهذه الحالة مفيدة في حساب معاملات الارتباط الثنائية والرباعية.

٣ - خواص الوسيط:

١ - مجموع الانحرافات المطلقة للدرجات عن الوسيط تكون أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة للدرجات عن المتوسط.

فمثلاً:

الدرجات ١٠ ، ٨ ، ١٢ ، ١٥ ، ٢٠

الوسيط = ١٢ الوسط = ١٣

مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط

|١٠ - ١٢| + |٨ - ١٢| + |١٢ - ١٢| + |١٥ - ١٢| + |٢٠ - ١٢|

٢ + ٤ + ٠ + ٣ + ٨ = ١٧

مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط:

|١٠ - ١٣| + |٨ - ١٣| + |١٢ - ١٣| + |١٥ - ١٣| + |٥٠ - ١٣|

٣ + ٥ + ١ + ٢ + ٧ = ١٨

واضح أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط (١٧) < مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسط (١٨).

٢ - يتأثر الوسيط بالدرجات الوسطى أكثر من تأثره بالدرجات المتطرفة في التوزيع التكراري، وهو بذلك عكس المتوسط الذي سبق أن أوضحنا أنه يتأثر بالدرجات المتطرفة أكثر من تأثره بالدرجات الوسطى.

فمثلاً:

الدرجات ١٠ ، ٨ ، ١٢ ، ١٥ ، ٢٠

الوسط الحسابي هو ١٣ والوسيط هو ١٢

إذا استبدلنا الدرجة ٢٠ بالقيمة المتطرفة ٦٠

فإن الوسط الحسابي = $\frac{\text{٨ + ١٠ + ١٢ + ١٥ + ٦٠}}{\text{٥}}$

= ٢١

أي أن الوسط الحسابي تأثر بالدرجة المتطرفة الجديدة.

بينما الوسيط للدرجات ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٥ ، ٦٠ بقي كما هو ١٢

تمرين:

البيانات التالية تمثل درجات ٣٠ طالباً من قسم الاجتماع في اختبار اللغة الانجليزية.

جدول (٢-٤٦)

٢٧	٢٥	٢٣	٢٩	٣١	٣١	٣٣	٣٠	٢٩	٢٧	٢٥
٢٢	٣١	٢١	٢٠	٢٥	١٨	٣٠	٢٩	٢٥	٢٧	٣٠
٣٣	٢٨	٢٤	٢٩	٢٨	٢٣	٢٤	٢٥			

المطلوب:

١ - ضع هذه البيانات في جداول تكرارية ذات الفئات الست.

٢ - ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد وكذلك المنحنى التكراري المتجمع النازل في رسم واحد.

احسب الوسيط لهذا التوزيع

تمرين:

الجدول التالي يمثل علامات ٩٠ طالباً في فحص مادة الكيمياء.

المطلوب:

١ - حساب الوسط الحسابي.

٢ - حساب الوسيط لهذا التوزيع.

جدول (٢-٤٧)

الفئات	التكرار
٢٠ - ٢٦	٣
٢٧ - ٣٣	٤
٣٤ - ٤٠	٧
٤١ - ٤٧	٨
٤٨ - ٥٤	١٢
٥٥ - ٦١	٢٣
٦٢ - ٦٨	١٥
٦٩ - ٧٥	٩
٧٦ - ٨٢	٧
٨٣ - ٨٩	٢
المجموع	٩٠

ثالثاً - المنوال:

يقصد بالمنوال المفردة أو الدرجة الأكثر شيوعاً أو تكراراً في التوزيع.

١ - كيفية حساب المنوال:

أ - حساب المنوال من الدرجات الخام:

المنوال لمجموعة الدرجات ٣ ، ٩ ، ١٧ ، ١٥ ، ٩ ، ١٧ ، ١٠ ، ١٧ هو المفردة ١٧

وقد يكون هناك أكثر من منوال:

فالمنوال لمجموعة الدرجات ٣ ، ٩ ، ١٧ ، ١٥ ، ٩ ، ١٧ ، ١٠ ، ١٧ ، ٩ هو المفردتان ٩ ، ١٧ لتساويهما في عدد الدرجات الأكثر تكراراً.

وقد لا يكون منوال للتوزيع مثل مجموعة الدرجات ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ لا يوجد لها منوال.

ب - حساب المنوال في حالة التوزيع التكراري ذي الفئات:

تحدد الفئة المنوالية بالفئة التي تقابل أكبر تكرار في التوزيع، وإذا كانت هذه الفئة تمتد إلى أكثر من درجة فهي بذلك لا تدل على المنوال بدقة لذلك يستعاض عنها بمركز الفئة المنوالية لتدل على قيمة المنوال وهذه الطريقة سهلة ولكنها غير دقيقة وذلك لعدم تمركز المنوال في مركز الفئة إلا في حالة كون تكرار الفئة السابقة يساوي تكرار الفئة اللاحقة.

ملاحظة:

قد يكون للتوزيع التكراري أكثر من منوال عندما تتساوى أكبر قيم في التكرار.

مثال:

احسب المنوال في التوزيع التالي:

جدول (٢-٤٨)

الفئات	التكرار	مركز الفئة
١٩ - ٢٥	٦	٢٢
٢٦ - ٣٢	٩	٢٩
٣٣ - ٣٩	١٢	٣٦
٤٠ - ٤٦	٩	٤٣
٤٧ - ٥٣	٤	٥٠
المجموع	٤٠	

نرى أنه أكبر تكرار هو ١٢ في هذا التوزيع

الفئة المنوالية هي: ٣٣ - ٣٩ وعلى ذلك مركز الفئة هو ٣٦ يمثل المنوال.

ج - حساب المنوال بمعرفة الوسط والوسيط:

باستخدام العلاقة

المنوال = ٣ × الوسط - ٢ × الوسيط

فإذا رمزنا للمنوال بالرمز (م)

وللوسيط بالرمز (س) فإن:

م = ٣ ط - ٢ س

$$\text{الوسيط} = \left[\frac{\text{ن} - \text{ت م}}{\text{ل} + ٢} \right] \times \text{ف}$$

$$= \left[٣٢,٥ + \frac{٢٥ - ٢١}{١٢} \times ٧ \right]$$

= ٣٤,٨٣

المنوال = ٣ × ط - ٢ س

= ٣ × ٣٤,٨٣ - ٢ × ٣٤,٨٨

= ٣٤,٧٣

د - حساب المنوال من تكرار الفئات المجاورة:

باستخدام القانون التالي:

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \left[\frac{(\text{تكرار الفئة بعد المنوالية}) \times (\text{طول الفئة المنوالية})}{\text{تكرار الفئة قبل المنوالية} + \text{تكرار الفئة بعد المنوالية}} \right]$$

$$= \text{ل} + \frac{\text{ك}_٢}{\text{ك}_١ + \text{ك}_٢} \times \text{ف}$$

حيث ل: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

ك٢: تكرار الفئة بعد المنوالية.

ك١: تكرار الفئة قبل المنوالية.

ف: طول الفئة المنوالية

مثال:

الجدول التالي يمثل أوزان ٥٠ شخصاً والمطلوب حساب:

أ - الوسط الحسابي.

ب - الوسيط.

ج - المنوال باستخدام العلاقة بين الوسط والوسيط.

جدول (٢-٤٩)

الفئات	التكرار ك	مركز الفئة س	ك × س	الحدود العليا الفعلية	التكرار المتجمع الصاعد
١٢ - ١٨	٤	١٥	٦٠	أقل من ١٨,٥	٤
١٩ - ٢٥	٧	٢٢	١٥٤	أقل من ٢٥,٥	١١
٢٦ - ٣٢	١٠	٢٩	٢٩٠	أقل من ٣٢,٥	٢١
٣٣ - ٣٩	١٢	٣٦	٤٣٢	أقل من ٣٩,٥	٣٣
٤٠ - ٤٦	٩	٤٣	٣٨٧	أقل من ٤٦,٥	٤٢
٤٧ - ٥٣	٥	٥٠	٢٥٠	أقل من ٥٣,٥	٤٧
٥٤ - ٦٠	٣	٥٧	١٧١	أقل من ٦٠,٥	٥٠
	٥٠		١٧٤٤		

الوسط الحسابي:

$$س = \frac{مجـ ك \times س}{مجـ ك} = \frac{١٧٤٤}{٥٠} = ٣٤,٨٨$$

لحساب الوسيط:

$$رتبة الوسيط = \frac{٥٠}{٢} \quad ٢٥$$

فئة الوسيط: ٣٣ - ٣٩

ل = ٣٢,٥

ن = ٢٥

ت م = ٢١

ت = ١٢

ف = ٧

ل = ٣٢,٥

$ك_٢$ = ٩

$ك_١$ = ١٠

ف = ٧

$$المنوال = ل + \frac{ك_١}{ك_١ + ك_٢} \times ف$$

$$= ٣٢,٥ + \frac{٥٠}{٢} \quad ٢٥$$

$$= ٣٥,٨١$$

هـ - إيجاد المنوال بيانياً:

في هذه الحالة تتبع خطوات رسم المدرج التكراري مع مراعاة أنه عندما تكون أطول الفئات غير متساوية نلجأ إلى تكرار المعدل ويكون التركيز على المستطيلات التي تمثل الفئة قبل المنوالية (السابقة) والفئة المنوالية والفئة بعد المنوالية (اللاحقة).

نصل الركن الأيمن العلوي لمستطيل الفئة المنوالية بالركن الأيمن العلوي لمستطيل الفئة السابقة لها بقطعة مستقيمة أ ب نصل الركن الأيسر العلوي لمستطيل الفئة المنوالية بالركن الأيسر العلوي للفئة اللاحقة بقطعة مستقيمة جـ د.

قطعة تقتطع هاتين القطعتين المستقيمتين نسقط عموداً على المحور الأفقي (خط الحدود الفعلية) فيكون مسقط على المحور يمثل المنوال.

مثال:

أوجد المنوال للتوزيع التالي بيانياً

جدول (٢-٥٠)

الفئات	التكرار	الحدود الفعلية
١٢ - ١٨	٤	١١,٥ - ١٨,٥
١٩ - ٢٥	٧	١٨,٥ - ٢٥,٥
٢٦ - ٣٢	١٠	٢٥,٥ - ٣٢,٥
٣٣ - ٣٩	١٢	٣٢,٥ - ٣٩,٥
٤٠ - ٤٦	٩	٣٩,٥ - ٤٦,٥
٤٧ - ٥٣	٥	٤٦,٥ - ٥٣,٥
٥٤ - ٦٠	٣	٥٤,٥ - ٦٠,٥
	٥٠	

الفئة المنوالية ٣٣ - ٣٩

المنوال ٣٢,٥ + ٣ = ٣٥,٥

و - إيجاد المنوال بطريقة الفروق (كارل بيرسون):

في هذه الحالة تعتبر المنوال يقسم الفئة المنوالية بنفس النسبة التي تقسمها الفروق بين كل من تكرار الفئة اللاحقة لها.

ويمكن استخدام القانون التالي:

المنوال = الحد الأدنى لفئة المنوال + (تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة السابقة) ×

طول الفئة (تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة السابقة) + (تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة اللاحقة)

$$= ل + \frac{ف_١}{ف_١ + ف_٢} \times ف$$

حيث ل: الحد الأدنى لفئة المنوال.

ف١: تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة السابقة.

· تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة اللاحقة.

هـ طول الفئة المنوالية.

مثال:

في المثال رقم (٥٦ - ٦)

ل = ٣٢,٥

ف١ = ١٢ - ١٠ = ٢

ف = ٧

ف١ = ١٢ - ٩ = ٣

$$المنوال = ل + \frac{ف_١}{ف_١ + ف_٢} \times ف$$

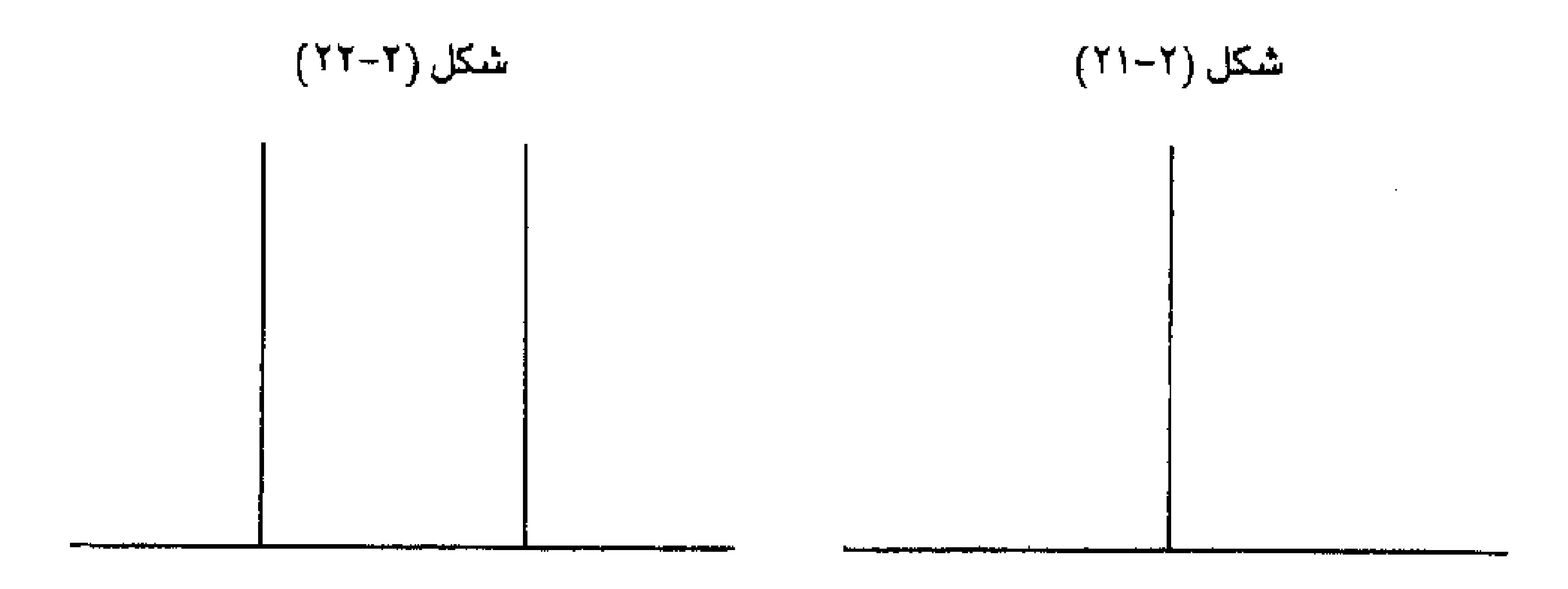
$$= ٣٢,٥ + \frac{٢}{٢ + ٣} \times ٧ = ٣٥,٢$$

٢ - خواص المنوال:

١ - لا يتأثر المنوال بالدرجات المتطرفة والوسطى في التوزيع التكراري، وبالتالي فالمنوال أكثر ثباتاً واستقراراً من الوسط والوسيط.

٢ - يتأثر المنوال بعدد فئات التوزيع وبطول الفئة فكلما قل عدد الفئات زاد تبعاً لذلك طول الفئة (مداها) وزاد تكرارها، والعكس صحيح بمعنى كلما زاد عدد الفئات قل تبعا لذلك طولها (مداها) ونص تكرارها.

٣ – عند رسم المنحنى التكراري للتوزيع فالقمة الواحدة تمثل وجود منوال واحد تعدد القمم يشير إلى وجود أكثر من منوال بعدد القمم.


شكل (٢-٢١)　　شكل (٢-٢٢)

٣ - **فوائد المنوال:**

يمكن اعتبار المنوال هاماً في الميادين التي يستخدم فيها كل من الوسط والوسيط كمعيار عند المقارنة.

وتظهر أهميته في النواحي التربوية والنفسية فمثلاً عندما يراد تحديد العمر المنوالي لمراحل التعليم المختلفة أو نسبة الذكاء المنوالية.

ونظراً لأن المنوال يستخدم المفردات الأكثر شيوعاً لذلك يصلح لمعالجة المشاكل التي تهدف إلى معرفة تركيز الظاهرة وموقعها خاصة في النواحي الصناعية والتجارية فشركات الأدوية مثلاً تعتمد في رواج تجارتها وأدويتها على المقاييس الأكثر شيوعاً والدواء الأكثر استهلاكاً أو بيعاً وبالتالي الاعتماد على المقاييس المنوالية.

العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية:

أولاً – عندما يكون التوزيع التكراري معتدلاً (وحيد المنوال) فإن:

الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال

كما في شكل (٢-٢٣) والذي يشبه الناقوس أو الجرس.


شكل (٢-٢٣) (الوسيط، الوسيط، المنوال)

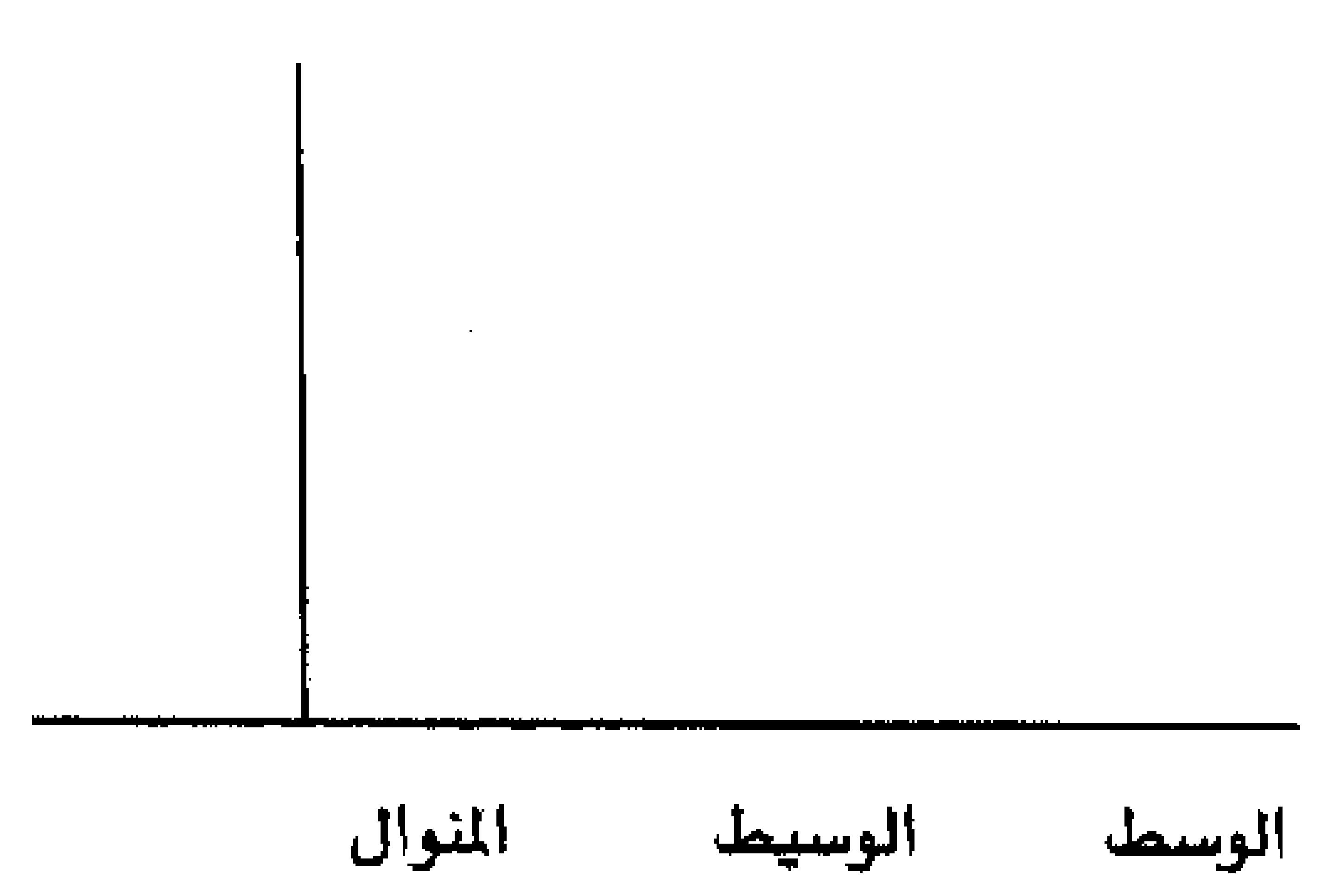


ثانياً - إذا كان التوزيع ملتوياً جهة اليمين (التواء موجب) أي امتداد الطرف الطويل (الذيل) إلى اليمين فإن الوسط الحسابي يبتعد إلى جهة اليمين ويكون الترتيب:

الوسط - الوسيط - المنوال

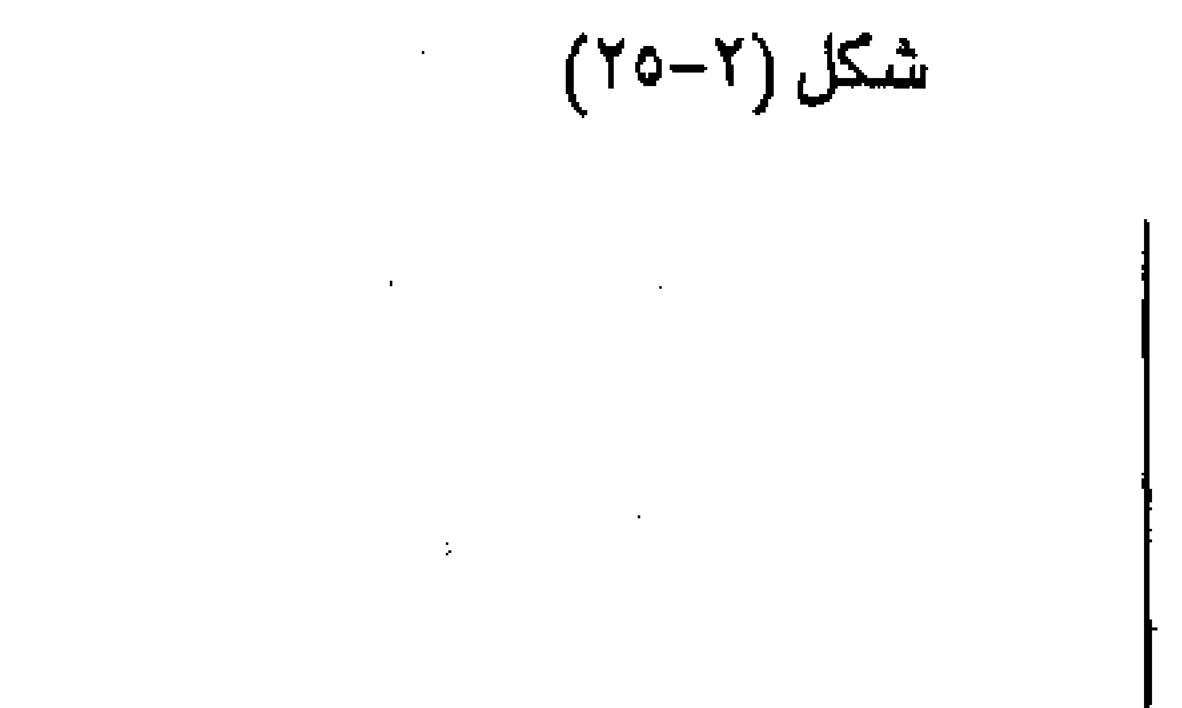
ويكون الوسط قريباً من الوسيط كما في الشكل (٢-٢٤).


شكل (٢-٢٤)



ثالثاً – إذا كان التوزيع ملتوياً جهة اليسار (التواء سالب) امتداد الطرف الطويل (الذيل) إلى اليسار فإن الوسط الحسابي يبعد إلى جهة اليسار ويكون الترتيب المنوال – الوسيط – الوسط ويكون الوسيط من الوسط كما في شكل (٢-٢٥).

شكل (٢-٢٥)



المنوال **الوسط** **الوسيط**

رابعاً – عند ما يكون التوزيع قريباً من التماثل متماثلاً فإنه يمكن استخدام العلاقة التقريبية بين المتوسطات الثلاث وهي:

الوسط الحسابي – المنوال = ٣ (الوسط الحسابي – الوسيط)

سَ – م (سَ – ط)

تمرين:

الجدول التالي يمثل أطول عينة من الطلاب حجمها ١٠٠ طالب.

المطلوب:

أ – حساب الوسط الحسابي بطريقتين مختلفتين.

ب – حساب الوسيط.

ج – حساب المنوال بيانياً.

جدول (٢-٥١)

الفئات	التكرار
١٤٥ - ١٤٩	٩
١٥٠ - ١٥٩	١٢
١٥٥ - ١٥٤	١٥
١٦٠ - ١٦٤	٢٥
١٦٥ - ١٦٩	١٥
١٧٠ - ١٧٤	١٠
١٧٥ - ١٧٩	٨
١٨٠ - ١٨٤	٦

تمرين:

الدرجات التالية تمثل مصروفات موظف خلال ثمانية أيام:

٨ ، ٩ ، ٩ ، ١٢ ، ١٧ ، ٨ ، ١٥ ، ٩

المطلوب:

أ - حساب الوسط الحسابي - الوسيط - المنوال.

ب - حساب الوسط الهندسي.

جـ- حساب الوسط التوافقي.

تمرين:

احسب المتوسط الوزني (المرجح) للمتوسطات التالية:

جدول (٢-٥٢)

المتوسط ط	التكرار ك
١٠	٢٥
١٢	٣٠
١٤	٢٥
١٦	٤٠

تمرين:

الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لدرجات عينة من الطلاب عددهم ٣٠٠ طالب في اختبار الميول الأدبية.

المطلوب:

أ - حساب الوسط الحسابي.

ب - حساب الوسيط جبرياً وبيانياً.

جـ- حساب المنوال بطريقتين مختلفتين.

جدول (٢-٥٣)

الفئات	التكرار
٤٥ - ٥٣	١٥
٥٤ - ٦٢	٣٥
٦٣ - ٧١	٦٠
٧٢ - ٨٠	٨٠
٨١ - ٨٩	٥٢
٩٠ - ٩٨	٣٢
٩٩ - ١٠٧	١٥
١٠٨ - ١١٦	١٠
المجموع	٣٠٠

مقاييس التشتت Measures of Variability:

يختلف مفهوم مقاييس النزعة المركزية (الوسط - الوسيط - المنوال) وهذه المقاييس تأخذ في الاعتبار تمركز الدرجات أو القيم حول المركز للفئة.

وقد نجد مجموعتين أو أكثر تتساوى متوسطاتها وتتباين درجاتها في التوزيع والبعد عن المتوسط، فهل معنى ذلك أن المجاميع متساوية ؟

إذن لكي يكون التوصيف الإحصائي للبيانات ذا صورة صادقة عن توزيع الظاهرة لابد

من وجود مقاييس تحدد درجة التجانس للتوزيع، وكذلك معرفة مدى انتشار البيانات حول المتوسط من جهة ومن جهة أخرى معرفة شكل منحنى التوزيع من حيث الالتواء والتفرطح.

وعندما نسمع جملة الرقابة على الإنتاج، فالمقصود بذلك التأكد من مطابقة الإنتاج من السلعة للمواصفات المقبولة، وذلك يتم عن طريق التحقق من عدم وجود تفاوت أو وجود اختلاف كبير في الوحدات المنتجة بقدر ما عن القيمة المتوسطة.

والمقاييس المعينة لوصف مدى انتشار أو تجانس المفردات حول المتوسط يطلق عليها اسم مقاييس التشتت ومن هذه المقاييس سنتعرض لمفهوم كل من المدى - نصف المدى الربيعي - متوسط الانحرافات المطلق - الانحراف المعياري.

أولاً - المدى The Range:

يقصد بالمدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في التوزيع.

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

وفي حالة التوزيع ذي الفئات:

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة - الحد الأدنى للفئة الأولى

ويلاحظ أن المدى لا يعتمد على الدرجات الوسطى ولكنة يعتمد على الدرجتين المتطرفتين وهذا يقلل من أهميته كمقياس لأنه قد تكون هاتان القيمتان المتطرفتان شاذتين وفي هذه الحالة يكون المدى كبيراً ومفردات البيانات ليست متباعدة عن بعضها.

فإذا أخذنا المجموعات الثلاث التالية من الدرجات:

جدول (٢-٥٤)

المجموعة	الدرجات	المدى
الأولى	٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦	٦ - ٢ = ٤
الثانية	-٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ١٠	١٠ - (-٢) = ١٢
الثالثة	-١٠ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ١٠٠	١٠٠ - (-١٠) = ١١٠

من الواضح أن مدى المجموعات التالية قد تأثر بالقيم المتطرفة ذلك تعتبر القيمتان (١٠ ، ١٠٠) في المجموعة التالية قيمتين شاذتين.

ثانياً - المدى الربيعي:

يمكن التخلص من المشكلة السابقة بتهذيب المدى عن طريق حذف أعلى جزء من البيانات في هذه الحالة نحصل على المدى الربيعي.

ثالثاً - الانحراف المتوسط:

١ - إذا كان لدينا مجموعات البيانات:

س١، س٢، س٣، .... س ن وسطها الحسابي سَ.

فإن س١ – س ، س٢ – سَ، س٣ – س ، .... سَ.

هذه هي الإنحرافات عن المتوسط مجموعها يساوي صفراً.

ولكن إذا أخذنا مجموع القيم المطلقة لهذه الإنحرافات مقسوماً على عدد الدرجات يسمى الناتج بالإنحراف المتوسط أو متوسط الانحراف سترمز له بالرمز $\overline{\text{ح ن}}$.

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{|\text{س١} - \text{س}| + |\text{س٢} - \text{س}| + \text{.........} + |\text{س ن} - \text{س}|}{\text{٢}}$$

$$\overline{\text{ح ن}} = \frac{\text{مجـ}_{\text{س = ١}}^{\text{ن}} |\text{س س} - \text{س}|}{\text{ن}}$$

مثال:

أوجد الانحراف المتوسط للدرجات:

٧ ، ٨ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ١٠ ، ٧

الحل: (٧ + ٨ + ٦ + ٥ + ٤ + ٩ + ١٠ + ٧) / ٨ = ٧

ح ن = (٨ - ٧ + ٦ - ٧ + ٥ - ٧ + ٤ - ٧ + ٩ - ٧ + ١٠ - ٧ + ٧ - ٧) / ٨

= (٠ + ١ + ١ + ٢ + ٣ + ٢ + ٣ + ٠) / ٨

= ١٢ / ٨ = ١,٥

ويلاحظ بالنسبة للإنحرافات المتوسط:

١ - إذا كانت كل القيم متساوية فإنها تساوي متوسطها، وبالتالي يكون الانحراف المتوسط مساوياً للصفر.

٢ - كلما ابتعدت القيم عن الوسط الحسابي كلما زادت الإنحرافات، وبالتالي يقل التجانس بين المفردات فالعلاقة إذن عكسية بين الانحراف والتجانس.

٢ - في حالة التوزيعات التكرارية ذات الفئات:

ليكن س١ ، س٢ ....س ن مراكز الفئات وكانت تكراراتها المناظرة ك١ ك٢، ... ك ن فإن الإنحراف المتوسط:

ح ن = (مجـ ن، س = ١ |س س − سَ| × ك س) / مجـ ك

مثال:

احسب الإنحراف المتوسط للتوزيع التالي:

جدول (٢ – ٥٥)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة س س	ك س × س س	|س س − سَ|	|س س − سَ| × ك س
١ – ٥	٢	٣	٦	١١	٢٢
٦ – ١٠	٣	٨	٢٤	٦	١٨
١١ – ١٥	٧	١٣	٩١	١	٧
١٦ – ٢٠	٥	١٨	٩٠	٤	٢٠
٢١ – ٢٥	٣	٢٣	٩٦	٩	٢٧
	٢٠		٢٨٠		٩٤

$$\text{سَ} = \frac{٢٨٠}{٢٠} = ١٤$$

$$\therefore \text{الإنحراف المتوسط} = \frac{٩٤}{٢٠} = ٤,٧$$

التباين:

أ – إذا كان لدينا مجموعة من المفردات (المشاهدات) س١، س٢، س٣ ..... س ن عددها (ن) مفردة (مشاهدة) ووسطها الحسابي سَ.

فإن التباين لهذه المفردات يعطى بالقاعدة:

$$\text{ع}^{٢} = \frac{\text{مجـ}^{\text{ن}} (\text{س س} - \text{س})^{٢}}{\text{س} = ١ \ \text{ن}}$$

مثال:

احسب التباين للبيانات ٢ ، ٤ ، ٤ ، ٦ :

الحل:

$$س = \frac{٢ + ٤ + ٤ + ٦}{٤} = ٤ \text{ (الوسط الحسابي)}$$

$$ع^٢ = \frac{(٢ - ٤)^٢ + (٤ - ٤)^٢ + (٤ - ٤)^٢ + (٦ - ٤)^٢}{٤}$$

$$\text{التباين} = \frac{٤ + ٠ + ٠ + ٤}{٤} = ٢$$

مثال:

أحسب التباين للدرجات التالية:

الحل:

جدول (٢ - ٥٦)

الدرجة س	الانحراف	مربع الانحراف (س - س)٢
٧	١	١
٢	٤-	١٦
٨	٢	٤
٩	٣	٩
٤	٢-	٤
٧	١	١
٥	١-	١
٤٢		٣٦

سَ = ٤٢ / ٧ = ٦ الوسط الحسابي

التباين ع^{٢} = مجـ (س − سَ)^{٢} / ن

= ٣٦ / ٧ = ٥,١٤

ب − في حالة التوزيعات التكرارية والتي مراكز فئاتها كالتالي: س١، س٢، ..... س ن وتكراراتها المناظرة هي ك١، ك٢، ..... ك ن فإن:

التباين ع^{٢} = مجـ ن (س − سَ)^{٢} × ك س
س = ١
―――――――― س = ١ مجـ ن ك س
س = ١

حيث سَ : وسطها الحسابي.

مثال:

احسب التباين للتوزيع التكراري التالي:

جدول (٢ − ٥٧)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة س س	ك س × س س	س س − سَ	(س س − سَ)^{٢}	(س − سَ)^{٢} × ك س
٤ − ٦	٢	٥	١٠	٦,٢٤−	٣٨	٧٧,٨٨
٧ − ٩	٨	٨	٤٠	٣,٢٤−	١٠,٥٠	٥٢,٥٠
١٠ − ١٢	١١	١١	٩٩	٠,٢٤−	٠,٠٥٨	٠,٥٢
١٣ − ١٥	١٤	١٤	٩٨	٣,٢٤	١٠,٥٠	٧٣,٥٠
١٦ − ١٨	١٧	١٧	٣٤	٦,٢٤	٣٨,٩٤	٧٧,٨٨
	٢٥		٢٨١			٢٨٣,٢٨

سَ = ٢٨١ / ٢٥ = ١١,٢٤

التباين ع^{٢} = مجـ (س س − س)^{٢} × ك س = ٢٨٣,٢٨ / ٢٥ = ١١,٢٩

ج - التباين المتوسط: إذا كان لدينا مجموعة من البيانات تباينها $ع_1^2$ وعدد مفرداتها هو $ن_1$ ومجموعة ثانية من البيانات تباينها $ع_2^2$ وعدد مفرداتها $ن_2$، فإن تباين المجموعة الناتجة عن دمج هاتين المجموعتين $ع^2$ يعطى بالعلاقة.

$$ع^2 = \frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2}$$

مثال:

أجرى أحد الطلاب ست تجارب لتعيين معامل اللزوجة لسائل ما فكان التباين في قياساته ٠,٣ وأجرى طالب أخر تسع تجارب على نفس السائل فكان التباين في قياستها يساوي ٠,٥ .

الحل:

$ع_1^2 = ٠,٣$

$ع_2^2 = ٠,٥$

$ن_1 = ٦$

$ن_2 = ٩$

$$ع^2 = \frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2}$$

$$= \frac{٦ (٠,٣) + ٩ (٠,٥)}{٦ + ٩}$$

$$= ٠,٤٢$$

رابعاً - الإنحراف المعياري:

إذا كان لدينا مجموعة من البيانات $س_1$، $س_2$، $س_3$، ... $س_ن$ عددها (ن) مفردة وسطها الحسابي $\bar{س}$ وتباينها $ع^2$ فإن الجذر التربيعي الموجب للتباين يسمى الإنحراف المعياري وترمز له بالرمز ع.

$$ع = \sqrt{ع^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجـ} (\text{س} - \text{س})^2}{\text{ن}}}$$

$$\text{أو ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ} (\text{س} - \text{س})^2 \times \text{ك}_{\text{س}}}{\text{مجـ ك س}}}$$

في حالة التوزيع ذي الفئات:

ولما كانت عملية إيجاد التباين طويلة خاصة في التوزيعات التكرارية عندما يكون الوسط الحسابي كسراً لذلك يمكن إيجاد طرقاً مختصرة لحساب التباين كالتالي:

١ - في حالة البيانات غير المبوبة (الأولية):

$$\text{ع}^2 = \frac{1}{\text{ن}} \quad \text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}$$

يسمى $\frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}$ معامل التصحيح لأنه فيه مجـ س٢ لتساوي مجموع مربعات الوزن بين القيم والمتوسط ن أي مجـ (س - س)٢ والتي تحتاج لحساب التباين.

٢ - في حالة البيانات المبوبة في الفئات.

$$\text{ع}^2 = \frac{1}{\text{مجـ ك}} \text{مجـ س}_{,} 2 \text{ ك} - \frac{(\text{مجـ س} \times \text{ك})^2}{\text{مجـ ك}}$$

حيث س: مركز الفئة

ك: التكرار المقابل

٣ - في حالة استخدام التكرارات النسبية:

$$\text{ع}^2 = \text{مجـ. و} - (\text{مجـ س . و})^2$$

مثال:

احسب الإنحراف المعياري للدرجات التالية:

٣ ، ٥ ، ٩ ، ١١ ، ١٢

الحل:

مجـ س: ٣ + ٥ + ٩ + ١١ + ١٢ = ٤٠

مجـ $س^2$: ٩ + ٢٥ + ٨١ + ١٢١ + ١٤٤ = ٣٨٠

---

*(١١,٥)

$$\text{ع}^2 = \frac{1}{\text{ن}}\left[\text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}\right]$$

$$= \frac{١}{٥}\left[٣٨٠ - \frac{(٤٠)^2}{٥}\right]$$

$$= ٦٩,٦$$

$$\text{ع} = \sqrt{\text{ع}^2} = \sqrt{٦٩,٦}$$

ع = ٨,٣٤ (الإنحراف المعياري)

مثال:

احسب الإنحراف المعياري للتوزيع التكراري التالي:

$$\text{ع}^2 = \frac{1}{\text{مجـ ك}}\left[\text{مجـ س}^2\text{. ك} - \frac{(\text{مجـ س. ك})^2}{\text{مجـ ك}}\right]$$

$$= \frac{١}{٢٠}\left[٤٨٠٨٢ - \frac{(٩٣٨)^2}{٢٠}\right]$$

$$= \frac{١}{٢٠} \left[٤٨٠٨٢ - ٤٣٩٩٢,٢ \right]$$

$ع^٢ = ٢٠٤,٦٤$

التباين $= \sqrt{٢٠٤,٦٤}$

$ع = ١٤,٣١$

- إيجاد الإنحراف المعياري باستخدام طريقة الإنحراف عن الوسط الفرضي:

الحل:

أ - نفرض الوسط فرضياً ليكن ف ويفضل أن يكون مركز الفئة من منتصف الفئات.

ب - نوجد الإنحراف عن الوسط الفرضي حَ س = س س - ف

جـ- نوجد مجموع حواصل ضرب مربع الإنحراف عن الوسط في التكرار المقابل.

د - نوجد مجموع حواصل ضرب مربع الإنحراف عن الوسط الفرضي في التكرار المقابل ويتم ذلك إما عن طريق:

- تربيع عمود الإنحرافات ثم نضربه في التكرار المقابل.
- إيجاد حاصل ضرب عمود ح × ك مضروباً في عمود ح

هـ- نعوض في القانون:

$$ع = \left[\frac{مجـ \ ح ك}{مجـ ك} - \frac{(مجـ . ج \ ك)^٢}{(\ مجـ ك)} \right]$$

حيث ح = س - ف

ف: الوسط الفرضي

ملاحظة:

هذه الطريقة تفيد في حساب الوسط الحسابي الإنحراف المعياري بطريقة الوسط الفرضي.

مثال:

الجدول التالي يوضح الدخل اليومي بالدينار لمجموعة من السر وعددها ١٠٠ أسرة في قرية صغيرة.

المطلوب:

١ - الوسط الحسابي.

٢ - الإنحراف المعياري بطريقة الوسط الفرضي.

جدول (٢ - ٥٨)

الفئات	التكرار ك س	مركز الفئة س س	س - ف ح س	ح س × ك س	ح٢ س × ك س
٦ - ١٠	٨	٨	١٥-	١٢٠-	١٨٠٠
١١ - ١٥	١٠	١٣	١٠-	١٠٠-	١٠٠٠
١٦ - ٢٠	١٧	١٨	٥-	٨٥-	٤٢٥
٢١ - ٢٥	٢٥	٢٣	٠	٠	٠
٢٦ - ٣٠	٢٠	٢٨	٥	١٠٠	٥٠٠
٣١ - ٣٥	١٣	٣٣	١٠	١٣٠	١٣٠٠
٣٦ - ٤٠	٧	٣٨	١٥	١٠٥	١٥٧٥
	١٠٠			٣٠	٦٦٠٠

ف = ٢٣

$$\text{الوسط الحسابي } \bar{س} = ف + \frac{مجـ\ ح \times ك}{مجـ\ ك}$$

$$= ٢٣ + \frac{٣٠}{١٠٠}$$

$$= ٢٣,٣$$

الانحراف المعياري:

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{2}\ .\ \text{ك}}{\text{مجـ ك}} - \left[\frac{\text{مجـ ج . ك}^{2}}{\text{مجـ ك}}\right]}$$

$$= \sqrt{\frac{٦٦٠٠}{١٠٠} - \left[\frac{٢\ ٣٠}{١٠٠}\right]}$$

$$= \sqrt{٦٦ - ٠,٠٩}$$

$$= \sqrt{٦٥,٩١}$$

$$= ٨,١$$

٤ – إيجاد الإنحراف المعياري باستخدام التكرارات النسبية من هذه الحالة نستخدم القانون:

ع٢ = مجـ (س٢ × و) – (مجـ س × و)٢

حيث (و) التكرار النسبي.

مثال:

الجدول التالي يمثل أعمار مجموعة من الأطفال بالشهور والمطلوب حساب الإنحراف المعياري للتوزيع باستخدام التكرارات النسبية.

جدول (٢ – ٥٩)

الفئات	١١ – ١٣	١٤ – ١٦	١٧ – ١٩	٢٠ – ٢٢	٢٣ – ٢٥	٢٦ – ٢٨	٢٩ – ٣١
التكرار	٣	٦	٩	١٥	١٠	٤	٣

الحل:

ع٢ = مجـ س٢ . و – (مجـ س . و)٢

= ٤٥٣,٧٨ – (٢٠,٨٢)٢

= ٤٥٣,٧٨ – ٤٣٣,٤٧

$$= ٢٠,٣١$$

$$ع = \sqrt{٢٠,٣١}$$

$$= ٤,٥١$$

مقاييس التشتت النسبية:

أولاً - معامل الاختلاف:

في كثير من الأحيان نحتاج إلي مقارنة تشتت مجموعتين أو أكثر من البيانات المختلفة من حيث وحدات القياس المختلفة لذلك يفضل استخدام مقاييس التشتت، التشتت النسبية لإجراء مثل هذها لمقارنات فإذا أردنا مقارنة تشتت أوزان مجموعة من الأفراد (مقاسة بالكيلو جرامات) مع تشتت أطوالهم (مقاسة بالسنتيمترات) أو مع تشتت أعمارهم لذلك وقبل البدء في عملية المقارنة يجب التخلص من هذه الاختلافات في وحدات القياس ولذلك نستخدم مقياس من مقاييس التشتت النسبية وهو عبارة عن مقايس تشتت (مدى - انحراف معياري - انحراف ربيعي) مقسوماً على مقياس مناسب من مقاييس النزعة المركزية (الوسط - الوسيط - المنوال) بنفس وحدات قياس البيانات، وتسمى هذ المقاييس بمعامل الاختلاف (التغير) وفي الغالب نوجد كنسبة مئوية بضرب المقياس النسبي في ١٠٠ .

$$\text{معامل الاختلاف} = \text{م خ} \quad \frac{\text{الاختلاف المعياري} \times ١٠٠}{\text{الوسط الحسابي}}$$

ثانياً - معامل الاختلاف الربيعي:

إذا كان مقياس التشتت هو نصف المدى الربيعي $\frac{(\text{س } ٣ - \text{س}_١)}{٢}$

فإن معامل الاختلاف الربيعي = $\frac{(\text{س}_٣ - \text{س}_١) \times ١٠٠}{\text{س}_٣ + \text{س}_١}$

مثال:

البيانات التالية لمجموعتين من التلاميذ في اختبار ما:

$ع_1 = 16$ — $ع_2 = 18$

$س_1 = 28$ — $س_2 = 21$

$ن_1 = 6$ — $ن_2 = 9$

المطلوب:

1- حساب معامل الاختلاف لكل مجموعة.

2 - أي البيانات أكثر تغيراً (اختلافاً).

3 - متوسط البيانات للمجموعتين معاً.

الحل:

للمجموعة الأولى:

$$م خ_1 = \frac{ع_1}{س_1} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{16}{28}} \times 100 = 14,3 \%$$

للمجموعة الثانية:

$$م خ_2 = \sqrt{\frac{18}{21}} \times 100 = 20,2 \%$$

التغير في المجموعة الثانية أكبر من التغير في المجموعة الأولى

$$متوسط التباين = \frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2}$$

$$\frac{6 \times 16 + 9 \times 18}{6 + 9}$$

$$= 17,2$$

مثال:

في التوزيع التكراري وجد أن:

الأرباعي الأول س ١ = ٢٠،٨

الوسيط = ٢٤،٣

الأرباعي الثالث $س_٣$ = ٣٦،٢

احسب معامل الاختلاف الربيعي.

الحل:

$$م.خ.س = \left[\frac{س_٣ - س_١}{س_٣ - س_١}\right] \times ١٠٠$$

$$= \frac{(٣٦،٢ - ٢٠،٨)}{٣٦،٢ + ٢٠،٨} \times ١٠٠$$

$$= \frac{١٥،٤}{٥٧} \times ١٠٠$$

مقاييس الالتواء:

سبق أن تعرضنا لشكل منحنى التوزيع التكراري وأنه قد يكون معتدلاً حيث (الوسط = الوسيط = المنوال) وقد يكون ملتوياً لليمين عندما تكون القيم المتطرفة متمركزة جهة اليمين ويكون ملتوياً لليسار عندما تكون القيم المتطرفة متمركزة جهة اليسار. ويمكننا التعرف على مقياس للالتواء الخاص بتوزيع تكراري أو مجموعة من البيانات.

$$أ - الالتواء = \frac{٣ (الوسط - الوسيط)}{الانحراف المعياري}$$

ويفيد هذا المقياس في معرفة نوعية الالتواء للتوزيع فإذا كان معامل الالتواء أكبر من الصفر فمعنى ذلك أنه التواء موجب وإذا كان الالتواء أصغر من الصفر فالالتواء سالب وإذا كان معامل الالتواء يساوي صفراً فالمنحنى اعتدالي كما أن مقياس الالتواء يستخدم للمقارنة بين التوائي توزيعين تكراريين.

مثال:

احسب الالتواء من البيانات التالية لمجموعة من الطلاب في اختبار للميول العلمية.

الوسط الحسابي = ٢٨

الوسيط = ٢٥

الانحراف المعياري = ٤

الحل:

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{\text{٣ (الوسط - الوسيط)}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$= \frac{\text{٣ (٢٨ - ٢٥)}}{\text{٤}}$$

$$= \text{٢,٢٥} > \text{٠}$$

الالتواء موجب

مقاييس التواء أخرى:

$$\text{ب - الالتواء الربيعي} = \frac{\text{س}_{٣} - \text{٢ س}_{٢} + \text{س}_{١}}{\text{س}_{٣} - \text{س}_{١}}$$

ج - معامل الالتواء المئيني:

= المئين ٢ - ٩٠ (المئين ٥٠) + المئين ١٠

المئين ٩٠ - المئين ١٠

مقاييس المواقع النسبية:

تعمل مقاييس المواقع النسبية على تحديد الموقع النسبي لعلاقة ما بالنسبة لباقي العلاقات، وتفيد في مقارنة أداء الفرد على واحد أو أكثر من الاختبارات أو الموضوعات، المدرسية ويستخدم من هذه المقاييس عادة ما يلي:

- **المئينات:** وتشير إلى النسبة المئوية للحالات التي تقع تحت حالة معينة.
- **الدرجات المعيارية:** وهي عبارة عن الفرق بين الدرجة الخام والمتوسط الحسابي مقسوماً على الإنحراف المعياري لتدل على بعد القيمة المعينة عن التوسط الحسابي بدلالة الإنحرافات المعيارية.

أولاً - المئين Percentile:

بعد دراستك للمضلع التكراري وبعض مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكراري، فإنك تحتاج في كثير من الأحيان لمعرفة نسبة البيانات التي تقل عن قيمة معينة أو تساويها. أي أنك تريد الإجابة عن أسئلة نوع:

ما نسبة عدد الطلبة الحاصلين على العلامة ٩٧ أو أقل في امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة؟

أو ما نسبة عدد الطلبة في صفك الذين يقضون أكثر من ٣٠ ساعة في الدراسة البيتية كل أسبوع؟

والمئين من مئة ويرمز له بالرمز (ي) وهي إيجاد قيم معينة ضمن التوزيع تسبقها أو تليها نسبة مئوية معينة عن المشاهدات الداخلة فيه. فالمئين (٨٠) مثلاً تشير إلى المئين الذي يكون ترتيبه الثمانين وهو القيمة الوقاعة ضمن التوزيع والتي يصغرها ٨٠٪ من الحالات، ويكبرها ٢٠٪ منها. وللمئين فائدته الكبيرة خاصة في المقاييس العقلية حيث يلحق بالاختبار عادة جدول بين المئين المقابل للدرجات المختلفة بحيث إذا طبق المقياس على أحد الأفراد ثم صحح وبالرجوع إلى مثل هذا الجدول فإنه يمكن معرفة هذا الفرد بالنسبة لمن هم في صفه.

ولحساب المئين اتبع الخطوات التالية: (وهي نفس الطريقة التي تتبع عادة في حساب الوسيط):

حدد عدد الحالات المناظرة للمئين المطلوب، وذلك بضرب عدد الحالات جميعها في النسبة المئوية المساوية لقيمته.

- رتب التكرارات إلى التكرار المتجمع الصاعد بمقابلة عدد الحالات المطلوبة مع التكرار المتجمع حدد القيمة التي يقع المئني المطلوب ضمنها.
- عين مدى القيمة أو الفئة التي يقع المئني المطلوب ضمنها.
- عين طول الفئة (ف).

- جد عدد التكرارات المناظرة لهذه القيمة أو الفئة (ك).
- جد عدد التكرارات المطلوب أخذ من بينها (ك١).
- استخرج المئيني المطلوب بتطبيق القانون:

$$\text{الحد الأدنى للقيمة أو الفئة} + \text{ف} \times \frac{\text{ك}_1}{\text{ك}}$$

مثال:

جدول (٢ – ٦٠)

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
٥–	٨	٨
١٠–	١١	١٩
١٥–	١٠	٢٩
٢٠–	١٥	٤٤
٢٥–	٢٢	٧٩
٣٠–	٤٤	١٢٠
٣٥–	٢٠	١٥٠
٤٠–	١٨	١٦٨
٤٥–	١٢	١٨٠
٥٠–	٩	١٨٩
٥٥–	٦	١٩٥
٦٠–	٥	٢٠٠
المجموع	٢٠٠	

المطلوب:

استخراج: المئين ٢٠ (ي ٢٠) والمئين ٧٠ (ي ٧٠)

أ . فإذا أردت معرفة المئيني ٢٠، فإن:

- رتبة المثيني ٢٠ = $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ٢٠٠ = ٤٠

- قيمة المثيني ٢٠ = ٢٠ + $\frac{٤٠ - ٢٩ \times ٥}{١٥}$

ب . وإذا أردت معرفة المثيني ٧٠، فإن:

- رتبة المثيني: ٧٠ = $\frac{٧٠}{١٠٠}$ × ٢٠٠ = ١٤٠

- قيمة المثيني ٧٠ = ٣٥ + $\frac{١٤٠ - ١٢ \times ٥}{٣٠}$ = ٣٨,٣٣

الرتبة المثينية Per cen tile Rank:

لحساب الرتبة المثينية اتبع الخطوات التالية:

مثال:

في الجدول رقم إذا أردت أن تحسب الرتبة المثينية لطالب حصل على درجة (٣٨):

- حدد الفئة التي تقع فيها الدرجة (٣٨): الفئة التي تقع فيها الدرجة (٣٨) هي: (-٣٥).

- حدد عدد الطلاب الذين تقل درجاتهم عن الحد الأدنى للفئة. (يوجد ٢١٠ طالباً درجاتهم أقل من الحد الأدنى للفئة).

- حدد تكرار الفئة: (-٣٥) (تكرار الفئة -٣٥ هو (٣٠).

- حدد عدد الطلاب في الفئة (-٣٥) الذين تقل درجاتهم عن (٣٨): (عدد الطلاب في الفئة (-٣٥) الذين تقل درجاتهم عن ٣٨ هو:

$$\frac{٣٨ - ٣٥}{٥} \times ٣٠ = ١٨$$

استخرج عدد القيم التي تقل عن ٣٨ في المجموعة: (عدد القيم التي تقل عن ٣٨ في المجموعة هو:

١٢٠ + ١٨ = ١٣٨

- استخرج المئيني المقابل للدرجة (-٣٨) المئيني المقابل للدرجة -٣٨ هو:

$$\frac{١٣٨}{٢٠٠} \times ١٠٠ = ٦٩ \%$$

مثال:

في التوزيع التكراري التالي درجات (٥٠) طالباً في مادة العلوم.

المطلوب:

إيجاد المئيني ٢٥، المئيني ٩٠ .

جدول (٢ - ٦١)

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
٢٠ - ٢٩	٣	٣
٣٠ - ٣٩	٦	٩
٤٠ - ٤٩	٧	١٦
٥٠ - ٥٩	١٢	٢٨
٦٠ - ٦٩	١١	٣٩
٧٠ - ٧٩	٨	٤٧
٨٠ - ٨٩	٣	٥٠
المجموع	٥٠	

الحالات المطلوبة للمئيني ٢٥ هي:

$$\frac{٢٥ \times ٥٠}{١٠٠} = ١٢,٥$$

- المئيني ٢٥ يقع ضمن الفئة (٤٠ - ٤٩) وهي التي تمتد من (٣٩.٥ - ٤٩.٥).

- عدد الحالات الموجودة في الفئة (٤٠ - ٤٩) هو ٧ .

- عدد الحالات المطلوبة من الفئة (٤٠ - ٤٩) هو: ١٢,٥ - ٩ = ٣,٥ .

- المئيني: ٢٥ يساوي:

$$= ٣٩,٥ + \frac{٣,٥}{٧} \times ١٠ = ٤٤,٥$$

- الحالات المطلوبة للمئيني ٩٠ وهي:

$$\frac{٩٠ \times ٥٠}{١٠٠} = ٤٥ \text{ حالة}$$

- المئيني ٩٠ يقع ضمن الفئة (٧٠ - ٧٩) وهي التي تمتد من (٦٩,٥ - ٧٩,٥).

- عدد الحالات الموجودة في الفئة (٧٠ - ٧٩) هو ٨ .

- عدد الحالات المطلوبة من الفئة (٧٠ - ٧٩) هو المئيني ٩٠ يساوي:

$$٦٩,٥ + \frac{٦}{٨} \times ١ = ٦٩,٥ + ٧,٥ = ٧٧$$

ثانياً - الدرجات المعيارية St andard Score:

تستخدم الدرجات المعيارية في مقارنة مستوى أداء فرد معين بمستوى أداء المجموعة التي ينتمي إليها بصفة عامة. وذلك عن طريق انحراف أية درجة عن متوسطه بمعنى مدى ارتفاع أو انخفاض هذه الدرجة عن المتوسط.

وعليه، فإن الدرجات المعيارية تساوي:

$$= \frac{\text{القيمة - المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

مثال:

لنفرض أن درجتي طالب في مادتي التاريخ والجغرافيا كانت على النحو التالي:

جدول (٢ - ٦٢)

البيان	مادة التاريخ (١)	مادة الجغرافيا (٢)
درجة الطالب	٨٦	٦٤
متوسط درجتي الطالب	٧٥	٥٨
الانحراف المعياري	١٠	٤

ففي أي الموضوعين كان تحصيل الطالب أفضل بالنسبة لمستوى صفة الدراسي ؟

$$\text{الدرجة المعيارية لمادة التاريخ} = \frac{٨٦ - ٧٥}{١٠} = ١,١$$

$$\text{الدرجة المعيارية لمادة الجغرافيا} = \frac{٦٤ - ٥٨}{٤} = ١,٥$$

وبما أن الدرجة المعيارية للموضوع الثاني (الجغرافيا) أكبر من الدرجة المعيارية للموضوع الأول (التاريخ)، فإن تحصيل الطالب في الموضوع الثاني أفضل من تحصيله في الموضوع الأول، بالرغم من أن درجاته في الموضوع الأول أكبر من درجاته في الموضوع الثاني.

خواص الدرجات المعيارية:

يمكن تلخيص الفائدة التي يمكن الحصول عليها من تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية بالآتي:

- مجموع الدرجات المعيارية يساوي صفراً.
- متوسط توزيع الدرجات المعيارية يساوي صفراً.
- الدرجات الخام التي تقل عن المتوسط تقابلها درجات معيارية سالبة، والدرجات الخام التي تزيد عن المتوسط تقابلها درجات معيارية موجبة، وتنطبق هذه الخاصية أيضاً على انحرافات الدرجات عن المتوسط.
- مجموع مربعات الدرجات المعيارية يساوي العدد الكلي للدرجات الخام.
- الانحراف المعياري وتباين توزيع الدرجات المعيارية يساوي واحد صحيح.
- إذا حسبنا الدرجات المعيارية من عينات عشوائية فإن مدى هذه الدرجات يكون دالة لحجم العينة. وعادة تتراوح الدرجات المعيارية للعينات الكبيرة بين: +٢ ، -٢، بينما يقل هذا المدى للعينات الصغيرة.

مقاييس العلاقة:

درست فيما سبق عدداً من المسائل المتعلقة بقياسات ومشاهدات عن متغير واحد تم تسجيلها عن مجموعة من الأفراد أو العناصر مثل الدخل الشهري لمجموعة من الموظفين،

وعلامات مجموعة من الطلبة في أحد الامتحانات. إذا رجعت إلى بعض هذه الأمثلة فإنك تلاحظ أن دراستك كانت عن وضع هذه البيانات في توزيع تكراري أوحساب مقاييس المركزية، أو مقاييس التشتت لها. وفي مثل هذه الحالات، تكون دراستك من متغير واحد أو متغير ذي البعد الواحد.

وتشير مقاييس العلاقة إلى تحديد درجة العلاقة بين المتغيرات المختلفة، ويشيع استخدام مقاييس العلاقة التالية منها:

- **معامل بيرسون للارتباط:** والذي يعتمد في حسابه على القيم الأصلية مباشرة وتكون قيمته محصورة بين الصفر و (+١ ، -١)، ويكون الارتباط موجباً إذا كانت العلاقة بين المتغيرين طردية وسالباً إذا كانت العلاقة عكسية.
- **معامل ارتباط سبيرمان:** وهو يستخدم رتب القيم بدلاً من القيم ذاتها في حساب الارتباط، ويلجأ إليه عادة نظراً لسهولة حسابه مقارنة بمعامل ارتباط بيرسون رغم أنه نفس الدقة.
- **معامل ارتباط فاي:** ويعمل على إيجاد الارتباط بين متغيرين كل منهما ثنائي القطب اعتماداً على تكرارات الحالات الخاصة بالأنواع المتشابكة لهذه الأقطاب.

وفي هذا الجزء من وحدة الإحصاء فإننا سنقوم وإياك بدراسة قياسين عن كل عنصر من العناصر قيد الدرس، كأن نسجل معاً طول كل طالب ووزنة في إحدى المدارس الأساسية، ومن ثم نقوم بدراسة العلاقة بين هذين القياسين أو المتغيرين.

وفي كثير من الأحيان نعبر عن المتغيرين بعبارة (متغير ذو بعدين) وبدراسة مثل هذه الحالة. فكأنما نبحث عن إجابة سؤال:

- هل هناك علاقة بين متغيرين ؟
- وهل هذه العلاقة خطية أو غير خطية ؟
- هل نستطيع أن نحكم أن النقاط (س، ص) تقع على خط مستقيم أو لا تقع ؟

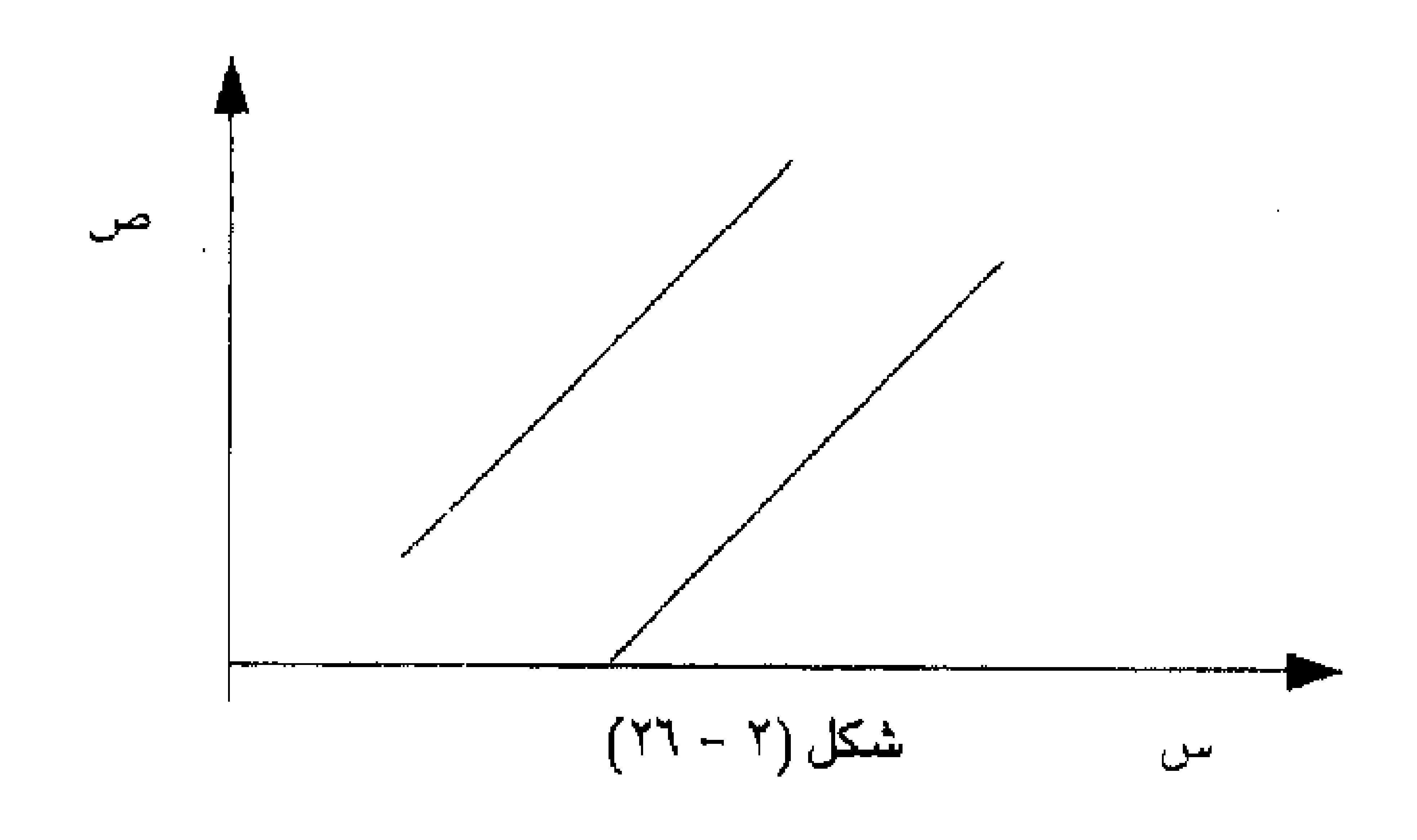
وبعبارة أخرى:

- هل يرتبط أحد المتغيرين بالآخر، كأن يزيد أحدهما مع الازدياد في الآخر ؟ أو ينقص أحدهما إذا زاد الآخر ؟

إن معرفتك بوجود علاقة بين المتغيرين وقياس قوة تلك العلاقة هي موضوع الارتباط الذي نحن بصدد دراسته.

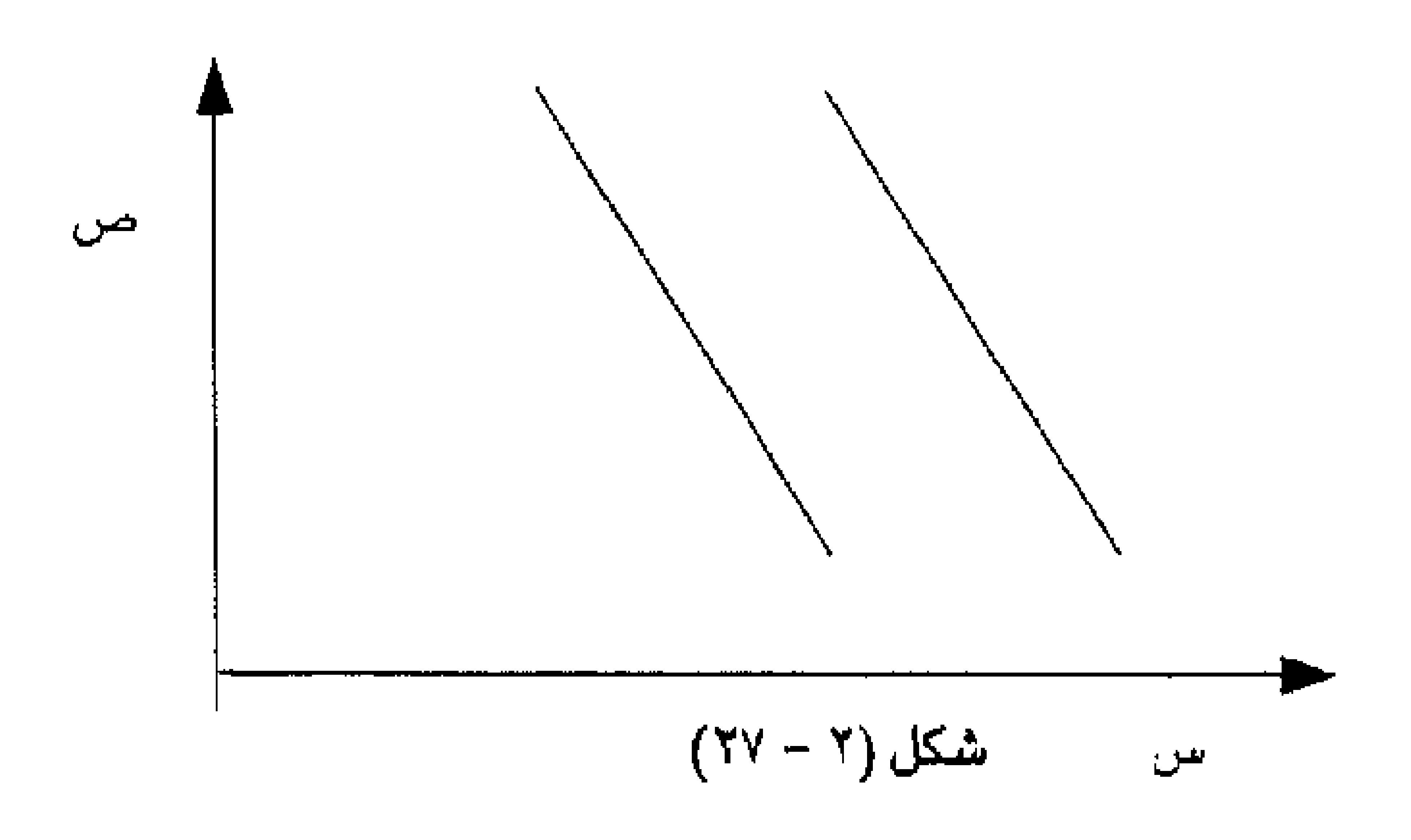
لوحة الانتشار

سوف نعمد في دراستنا مسائل الارتباط إلى تمثيل مجموعة الأزواج المرتبة من المشاهدات بيانياً، فترسم إحداثياً، أفقياً (إحداثي س) وإحداثياً عامودياً عليه (إحداثي ص). ونرصد أزواج المشاهدات المرتبة: (س١ ، ص٢) ، (س٢، ص٢) ...... س ن، ص ن) المعطاة لدينا على المستوى س ص فنحصل على لوحة لانتشار، وتبين لوحة الانتشار بشكل جيد إذا كان هناك علاقة بين المتغيرين: س، ص أو عدم وجودها. إضافة إلى ذلك، فإن لوحة الانتشار تبين ما إذا كان (ت) النقاط (س، ص) واقعة على خط مستقيم أو في مسرب ضيق بين مستقيمين متوازيين. وهذا يوحد بإمكانية وقوعها على خط مستقيم. بمعنى امكانية رسم خط مستقيم معظم النقط واقعة عليه أو قريبة منه أو أن هذه النقط متبعثرة بشكل يتضح منه عدم وقوعها على خط مستقيم، ويوضح الشكل: (أن النقط في لوحة الانتشار تقع في مسرب ضيق. بين مستقيمين متوازيين). ولذلك يتبين إمكانية وقوع هذه النقط على خط مستقيم بمعنى أنه يمكن رسم خط مستقيم بحيث تقع معظم النقاط عليه أو تكون حوله وقريبة منه



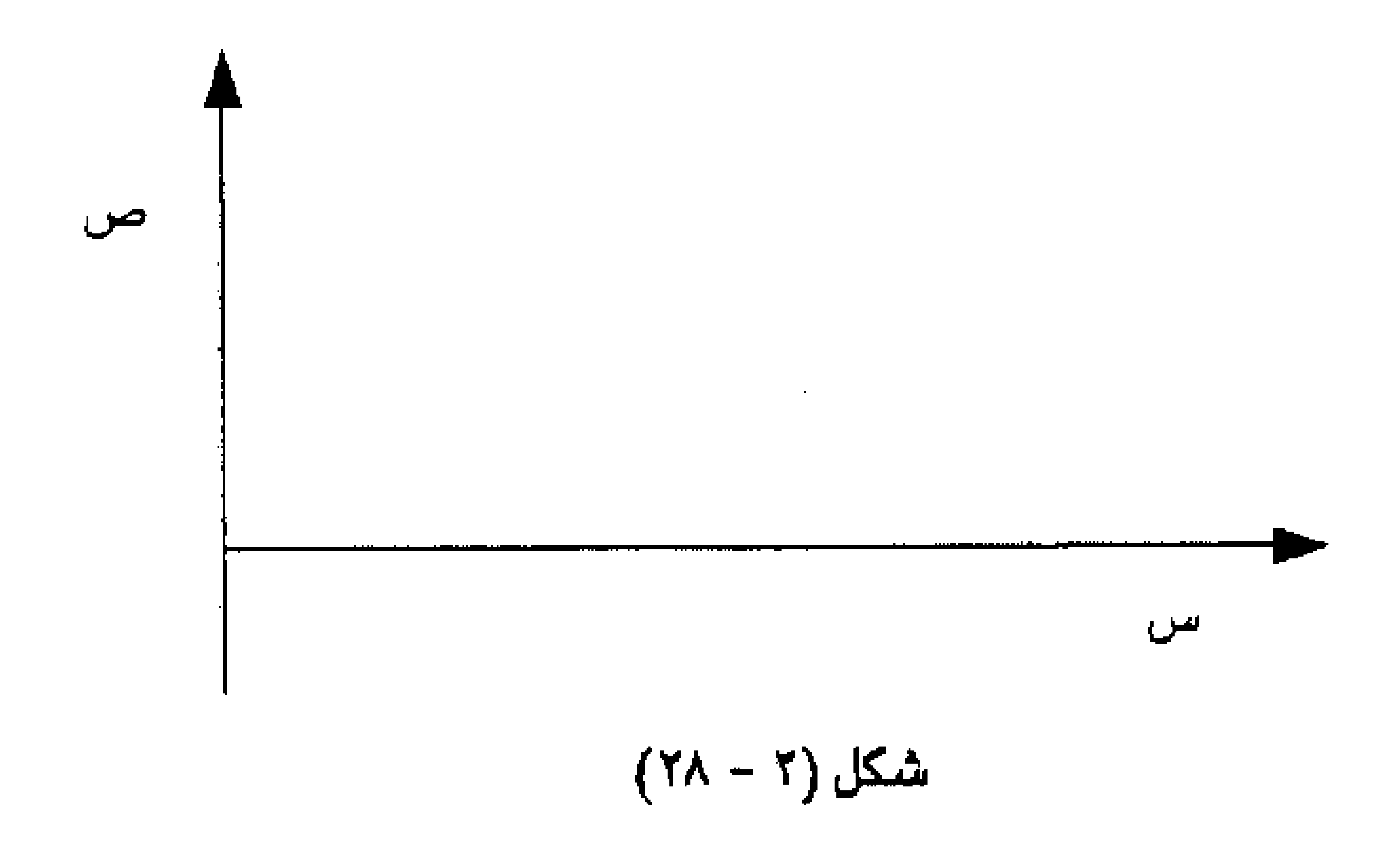
شكل (٢ - ٢٦)

وكذلك الحال في الشكل (٢-٢٧) حيث تقع النقاط التي رصدتها والتي تمثل الأزواج المرتبة في مسرب ضيق بين خطين مستقيمين متوازيين. وبذلك يتبين إمكانية وقوع النقط على خط مستقيم، بمعنى إمكانية رسم خط مستقيم تقع معظم النقاط عليه أو تكون قريبة منه، وبالتالي إمكانية وجود علاقة خطية بين المتغيرين س، ص.



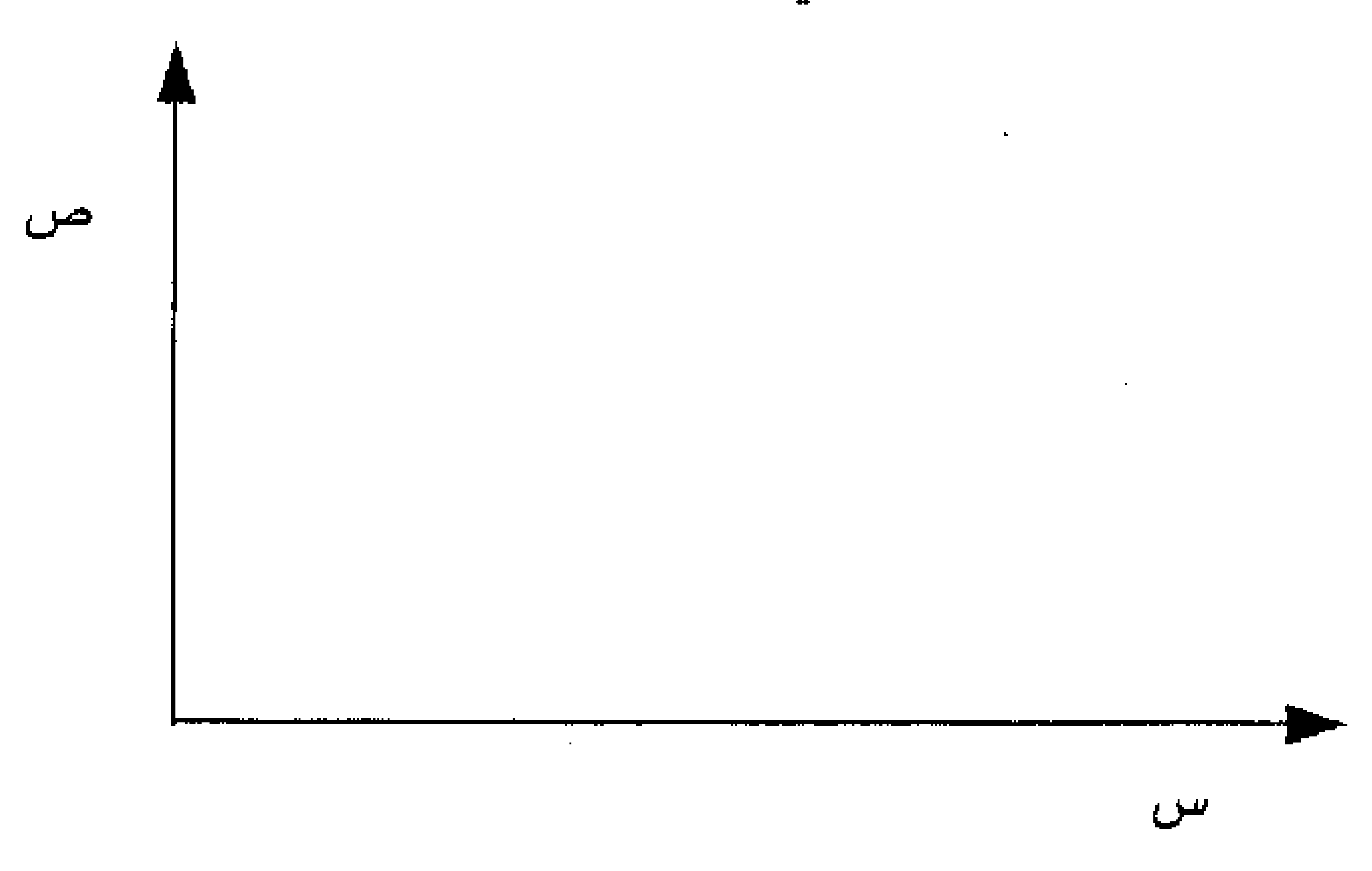
شكل (٢ - ٢٧)

أما لوحة الانتشار في الشكل (٢-٢٨) فتظهر فيها النقاط مبعثرة بشكل يتضح منه أن النقاط لا تقع على خط مستقيم، ولا يظهر أن هناك نموذجاً معيناً تتبعه هذه النقاط.



شكل (٢ - ٢٨)

أما لوحة الانتشار في الشكل رقم (٢-٢٩) فيظهر منها أن هناك علاقة بين المتغيرين (س، ص) عن هذه العلاقة ليس علاقة خطية حيث لنقاط المرصودة لا توحي بأنها تقع على خط مستقيم، بل على منحنى اقتران تربيعي.



شكل (٢ - ٢٩)

الارتباط الخطي والارتباط غير الخطي:

كما لاحظت سابقاً، فإنه يمكن الحصول على لوحة انتشار بين أي متغيرين: س ، ص برصد النقاط التي احداثياتها الأزواج المرتبة من قيم س، ص وبالتحديد النقاط (س١ ، ص١)، (س٢ ، ص٢) ...... (س ن ، ص ن) وهي تساعدك في معرفة ما إذا كان هناك علاقة بين المتغيرين س ، ص ؟ وهل هذه العلاقة خطية أم غير خطية ؟ وغرض دراسة الارتباط قياس قوة العلاقة بين المتغيرين قيد الدرس.

وبالتالي، فإن دراسة الارتباط تظهر لك إلى أي حد يمكن أن يتحرك متغيران معاً وذلك بإعطاء مقياس عددي يحدد درجة تلك الحركة.

أولاً - تعريف معامل الارتباط الخطي وحسابه:

تعريف:

معامل ارتباط بيرسون الخطي لمجموعة ن من الأزواج المرتبة (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) ... (س ن ، ص ن) ... ونعبر عنه بالرمز، هو مجموعة حواصل ضرب القيم المعيارية لقيم س مع القيم المعيارية المقابلة لها للقيم ص مقسوماً على (ن - ١).

أي أن:

$$ر = \frac{1}{ن - 1}\sum_{م=1}^{ن} \frac{(س_م - \bar{س})}{ع_س} \times \frac{(ص_م - \bar{ص})}{ع_ص}$$

حيث أن:

$\bar{س}$ = الوسط الحسابي للقيم: $س_1$ ، $س_2$ ، .... ، $س_ن$

$\bar{ص}$ = الوسط الحسابي للقيم : $ص_1$ ، $ص_2$ ، .... ، $ص_ن$

$ع_س$ = الانحراف المعياري للقيم: $س_1$ ، $س_2$ ، ...... ، $س_ن$

$ع_ص$ = الانحراف المعياري للقيم: $ص_1$ ، $ص_2$ ، ...... ، $ص_ن$

ولما كان حساب قيمة (ر) من المعادلة السابقة يحتاج إلى وقت، وخاصة إذا كانت الأوساط الحسابية تحتوي كسوراً.

لذلك، نكتب تعريف (ر) على شكل صالح للاستعمال بالآلات الحساب وهو:

$$ر = \frac{س\,ص - ن\,\bar{س}\,\bar{ص}}{\sqrt{س^2 - ن\,\bar{س}^2}\ \sqrt{ص^2 - ن\,\bar{ص}^2}}$$

لاحظ أننا لتسهيل الكتابة توقفنا عن كتابة الرمز. مع كل من س أو ص أو في رمز الجمع $\sum$ أي أننا من الآن فصاعداً، وحيثما لا يكون هناك التباين نكتب $\sum س$ بدلاً من $\sum س_م$ ويمكن كتابة المعادلة على النحو التالي:

$$ر = \frac{ن \sum س\,ص - \sum س \sum ص}{\sqrt{ن\sum س^2 - (\sum س)^2}\ \sqrt{ن\sum ص^2 - (\sum ص)^2}}$$

مثال:

احسب معامل الارتباط المتغيرين: س، ص حيث تكون قيمة كل من: س، ص كما في معامل الجدول التالي:

جدول (٢ - ٦٣)

س	٤	٧	٧	٤	٦	١	٨
ص	٢	٤	٥	٤	٣	٤	٦

الحل:

* رتب خطوات الحل كما في الجدول السابق:

جدول (٢ – ٦٤)

س	ص	س٢	ص	س ص
٢	٢	٢	٢	٤
٧	٤	٤٩	٤	٢٨
٧	٥	٤٩	١٥	٣٥
٤	٤	١٦	٢٥	١٦
٦	٣	٣٦	١٦	١٨
١	٤	١	٩	٤
٨	٦	٦٤	١٦	٤٨
٣٥	٢٨	٢١٩		١٥٣

- لاحظ أنك تحتاج في حساب (ر) إلى المقادير التالية:
- ن ، سَ ، صَ ، Σس٢ ، Σص٢ ، Σس ص
- وفي الجدول السابق فإن:

$$\text{سَ} = \frac{\text{٣٥}}{\text{٧}} = \text{٥}$$

$$\text{صَ} = \frac{\text{٢٨}}{\text{٧}} = \text{٤}$$

أما بقية المقادير فهي محسوبة في الجدول.

وبتعويض هذه المقادير المحسوبة في المعادلة (ر) نجد:

$$\text{ر} = \frac{\text{س ص} - \text{ن سَ صَ}}{\sqrt{\text{س}^{\text{٢}} - \text{ن س}^{-\text{٢}}}\ \sqrt{\text{ص}^{\text{٢}} - \text{٢} - \text{ن ص}^{-\text{٢}}}}$$

$$= \frac{\text{١٥٣} - \text{٧} \times \text{٥} \times \text{٤}}{\sqrt{\text{٢١٩} - \text{٧}\ (\text{٥})^{\text{٢}}}\ \sqrt{\text{١٢٢} - \text{٧}\ (\text{٤})^{\text{٢}}}}$$

$$= \frac{\text{١٣}}{\sqrt{\text{٤٤}}\ \sqrt{\text{١٠}}} \text{٠,٦٢}$$

عزيزي القارئ: يمكنك استخدام المعادلة التالية أيضاً لحساب معامل بيرسون للارتباط:

$$\text{ر} = \frac{\text{ن} \sum \text{س ص} - \sum \text{س} \sum \text{ص}}{\sqrt{\left[\text{ن} \sum \text{س}^{2} - (\sum \text{س})^{2}\right]} \sqrt{\left[\text{ن} \sum \text{ص}^{2} - (\sum \text{ص})^{2}\right]}}$$

أو

$$\text{ر} = \frac{\text{ن} \sum \text{س ص} - \sum \text{س} \sum \text{ص}}{\sqrt{\text{ن} \sum \text{س}^{2} - (\sum \text{س})^{2} \left[\text{ن} \sum \text{ص}^{2} - (\sum \text{ص})^{2}\right]}}$$

مثال:

احسب معامل الارتباط بين المتغيرين: س، ص حيث تكون قيمة كل من س، ص كما في الجدول التالي:

جدول (٢ – ٦٥)

س	٧	٦	٨	٤	٥
ص	٥	٤	٦	٣	٧

س	ص	س^{2}	ص^{2}	س ص
٧	٥	٤٩	٢٥	٣٥
٦	٤	٣٦	١٦	٢٤
٨	٦	٦٤	٣٦	٤٨
٤	٣	١٦	٩	١٢
٥	٧	٢٥	٤٩	٣٥
٣٠	٢٥	١٩٠	١٣٥	١٥٤

لاحظ أنك تحتاج في حساب (ر) إلى المقادير التالية:

ن، $\sum$س، $\sum$ص، $\sum$س٢، $\sum$ص٢، $\sum$س ص ن، $\sum$س ص، $\sum$س ص ن، $\sum$س٢

[$\sum$س٢، ن $\sum$ص٢ [$\sum$ س]^{2}]

وفي الجدول السابق، فإن:

$ن = ٥$

$\sum س = ٣٠$

$\sum ص = ٢٥$

$\sum س^٢ = ١٩٠$

$\sum ص^٢ = ١٣٥$

$\sum س ص = ١٥٤$

$ن \sum س ص = ٥ \times ١٥٤ = ٧٧٠$

$\sum س \sum ص = ٣٠ \times ٢٥ = ٧٥٠$

$ن \sum س^٢ = ٥ \times ١٩٠ = ٩٥٠$

$ن \sum ص^٢ = ٥ \times ١٣٥ = ٦٧٥$

$(\sum س)^٢ = (٣٠)^٢ = ٩٠٠$

$(\sum ص)^٢ = (٢٥)^٢ = ٦٢٥$

وبتعويض هذه المقادير المحسوبة في معادلة (ر) نجد:

$$ر = \frac{ن \sum س ص - \sum س \sum ص}{\sqrt{\left[ن \sum س^٢ - (\sum س)^٢\right] \left[ن \sum ص^٢ - (\sum ص)^٢\right]}}$$

$$= \frac{٧٧٠ - ٧٥٠}{\sqrt{(٦٧٥ - ٦٢٥)\ (٩٥٠ - ٩٠٠)}}$$

$$= \frac{٢٠}{\sqrt{٥٠ \times ٥٠}} = \frac{٢٠}{٥٠} = ٠,٤$$

ثانياً - حساب معامل ارتباط الرتب Rank Order correlation:

يهدف معامل ارتباط الرتب إلى قياس التغير القائم بين تريب الأفراد بالنسبة لمتغير معين وترتيبهم بالنسبة لمتغير آخر، وفي هذه الحالة، فإن معامل ارتباط الرتب يساوي:

$$\text{معامل الرتب} = \frac{٦ \times \sum \text{مربعات فروق الرتب}}{\text{عدد الأفراد لمربع عدد الأفراد} - ١}$$

مثال:

جدول (٢ - ٦٦)

الأفراد	ترتيب الأفراد بالنسبة للمتغير الأول	ترتيب الأفراد بالنسبة للمتغير الثاني	الفرق (ق)	مربع الفرق (ق)^{٢}
أ	٣	١	٢	٤
ب	٤	٣	١	١
ج	١	٢	١-	١
د	٢	٤	٢-	٤
هـ	٥	٥	صفر	صفر
				مجموع (ق) ٢=١٠

$$\text{معامل ارتباط الرتب} = \frac{١ - ٦ \times ١٠}{٥ (٢٥ - ١)}$$

$= ١ - ٠,٥$

$= ٠,٥$

ثالثاً - حساب معامل ارتباط فاي:

هناك بعض الظواهر التي لا يمكن قياسها والتعبير عنها بصورة رقمية وإنما يكتفي فقط بتقسيمها إلى مجموعات. مثال ذلك: الجنس (ذكور وإناث)، والحالة الاجتماعية: (متزوج، أعزب، مطلق، أرمل). والمؤهل العلمي (ابتدائي، ثانوي، جامعي) وهكذا حتى نقيس العلاقة بين أي ظاهرتين من هذا النوع، فإننا نستخدم معامل ارتباط (اقتران) فاي. والمثال التالي يوضح كيفية استخدام هذا المعامل: (عبد الرحمن عدس، ١٩٨٠).

جدول (٢ - ٦٧)

الثانية / الأولى / الصفحة الثانية	٢	١	المجموع
٢	أ	ب	أ + ب
١	ج	د	ج + د
المجموع	أ + ج	ب + د	أ + ب + ج + د

معامل ارتباط فاي = (أ × د) - (ب × د) مقسوماً على الجذر التربيعي لكل من (أ + ج) (ب + د) (أ + ب) (ج + د).

مثال:

سئل ستون طالباً من كلية العلوم التربوية عن رأيهم في الدراسة الصيفية، فأجاب ١٣ منهم يؤيدون الدراسة الصيفية. وعندما سئلت (٤٠) طالبة من الكلية حول نفس الموضوع، أجابت ٥ منهن بالرفض، ما معامل ارتباط فاي في هذه الحالة بين الجنس ومسألة تأييد الدراسة الصيفية في الكلية؟

الحل:

جدول (٢ - ٦٨)

الجنس / رأي الطلبة	الذكور	إناث	المجموع
مؤيد	١٣	٣٥	٤٨
رافض	٤٧	٥	٥٢
المجموع	٦٠	٤٠	١٠٠

$$\text{معامل ارتباط فاي} = \frac{(١٣ \times ٥) - (٣٥ \times ٤٧)}{\sqrt{٤٠ \times ٦٠ \times ٤٨ \times ٥٢}}$$

$$= \frac{-١٥٨}{\sqrt{٢٤٠٠}}$$

$$= -٠,٦٦$$

الفصل الثالث

الإحصاء الاستدلالي

الفصل الثالث

الإحصاء الاستدلالي

اختبارات الدالة الإحصائية:

يعتمد تحديد قيم التوزيعات النظرية الإحصائية للعينة (المعايير الإحصائية) على نسبة أو احتمال الخطأ المسموح به لقبول أو رفض الفروض الإحصائية، وتعرف نسبة الخطأ أو الاحتمال المسموح به (بمستوى المعنوية) أو (مستوى الدلالة والذي يكون اختباره في الواقع الخطوة التالية على طريق اختبار الفروض الإحصائية، وعند تحديد مستوى المعنوية يجب الأخذ بعين الاعتبار نوعي الخطأ في رفض أو قبول الفرض، فكما سبق القول قد تؤدي نتائج العينة إلى رفض فرض العدم وهو صحيح ويسمى قيمة الاحتمال بمستوى الثقة وقد جرت العادة على اختبار مستوى الثقة بأن يكون مساوياً إلى ٩٥ ٪ أو ٩٩ ٪ .

وقد تم اختبار نسبة ١ ٪ ، ٢ ٪ ، ٥ ٪ (لمستوى المعنوية أو مستوى الدالة) في مجال الإحصاءات التربوية والاجتماعية والجدول التالي يوضح لنا جدول الاحتمالية لدرجات الدالة.

جدول (٣ - ١)

الاحتمالية لدرجات الدالة (*)

مستويات المعنوية / درجة الحرية	٠,١٠ ٠,٩٠	٠,٠٥ ٠,٩٥	٠,٠١ ٠,٩٩
١	٢,٧	٣,٨	٦,٦
٢	٤,٦	٦,٠	٩,٢
٣	٦,٣	٧,٨	١١,٣
٤	٧,٨	٩,٥	١٣,٣

الفروض الإحصائية:

سنتطرق لبعض اختبارات الفروض الاحصائية الهامة المبنية على أساس المتوسطات الحسابية والتباين للعينات وسنجد أن هناك صلة وثيقة بين التقدير الإحصائي والاختبار الإحصائي، وفي اختبار الفروض تواجهنا مشكلة اتخاذ هذا القرار بناء على البيانات التي تحصل عليها العينة فمثلاً إذا قلنا أن متوسط الزواج في إقليم (س) يساوي متوسط الزواج في إقليم (ص) فإننا نطرح بذلك فرضاً يحتمل الخطأ والصواب، بمعنى أن هناك احتمل أن يكون متوسط الزواج متشابهاً في الإقليمين. ويتم اتخاذ قرار بقبول أو رفض هذا الفرض بعد أخذ عينة من حالات الزواج في فترة محددة وحساب متوسطهما للإقليمين، وذلك لأنه من الصعب كما عرفنا جمع البيانات عن مجتمع المتزوجين بأسلوب الحصر الشامل والذي يشكل عبئاً مالياً ويأخذ وقتاً طويلاً لذا فإنه يجب أن يكون اختبار العينة صحيحاً حتى تكون النتائج النهائية مشابهة إلى حد كبير للنتائج التي يمكن الحصول عليها لو استخدمنا بيانات المجتمع كله.

ولما كانت النتائج التي تستقي من اختبار أية عينة غير ممثلة تمثيلاً كاملاً وغير مطابقة تماماً لنتائج المجتمع فإن الفرض الإحصائي بمجتمع ما هو قول يحتمل الصواب والخطأ، ولابد من جمع مجموعة من البيانات لمعرفة مدى انطباق صحة أو عدم صحة الفروض على النتائج المتحصل عليها، فإذا كانت النتائج مع الفرض يرفض الفرض ويتم القبول والرفض باستخدام الأساليب الإحصائية الكمية التي تتيح للباحث اتخاذ القرار المناسب في ظل ظروف التشكك وعدم التأكد.

تعتمد علاقة العينة بأصلها عن طريق اختبار العينة وعلى عدد أفرادها ويزداد اقتراب المقاييس الإحصائية للعينات من مقاييس الأصل كلما ازداد عدد أفراد هذه العينات. حتى تنطبق تلك المقاييس لعدد أفراد الأصل، وتتحول بذلك مقاييسها لتدل في جوهرها على الظاهرة الإحصائية في صورتها العامة الصحيحة.

وتهدف الدلالة الإحصائية إلى الكشف عن مدى هذا الاقتراب. ولذا تزداد الثقة في مقاييس العينة كلما اقترب من أصلها أو كلما كان تذبذها حول هذا الأصل ضيقاً. ويعد اختبار مقاييس ك ح (كا^{2}) للدلالة الإحصائية الذي يعتبر من أهم هذه الاختبارات وأكثرها شيوعاً لأنه على شكل التوزيع التكراري، والأساس العام لهذا المقاييس معرفة مدى اختلاف التكرار المشاهد أو الواقعي عن التكرار المحتمل أو المتوقع. كذلك يعتبر اختبار (ت) أو ما يطلق عليه اختبار (ت) ستودنت لدلالة فروق المتوسطات من الاختبارات الأكثر شيوعاً، أيضاً وهذا يستخدم لمقياس دلالة فروق المتوسطات غير المرتبطة والمرتبطة وللعينات المتساوية وغير المتساوية.

الفريضة الصفرية:

تنص الفريضة الصفرية على أنه ليس هناك فرق معنوي بين العينة ومجتمع البحث أو العينتين المستقلتين، أي أن العينة لا تختلف مطلقاً عن المجتمع بالصفات الأساسية التي يهتم بها هذا الموضوع وكذلك بالنسبة للعينتين المستقلتين منهما حسب الفرضية الصفرية تتكونان من وحدات لا تختلف الواحدة عن الأخرى بالصفات الأساسية التي يهتم بها البحث، كما تزعم الفرضية الصفرية بأنه لما كانت العينة المسحوبة من مجتمع البحث فليس هناك فرق معنوي بين العينة ومجتمع البحث أو بين العينتين المستقلتين، ولكننا لا نستطيع قبول أو رفض الفرضية الصفرية إلا بعد إجراء الاختبار المناسب.

مربع كاي:

يستخدم مقياس مربع كاي أساساً في قياس مدى التطابق بين توزيعين أحدهما توزيع فعلي لمتغير تم قياسه والآخر توزيع نظري أو متوقع. وعلى ذلك فوجه المقارنة يكون بين مجموعتين من البيانات التكرارية إحداهما فعلية والأخرى نظرية ويكون الغرض من الموضوع هو المتعلق بالفروق أو الاختلافات بين التوزيعات الفعلية أو المشاهدة، والتوزيعات المتوقعة للوقوف على معرفة نوع هذه الفروق، هل هي فروق معنوية أو أنها جوهرية، أم أنها مجرد فروق ظاهرية؟

فإذا كانت الفروق حقيقية فإن ذلك يعني أنها نتجه لعوامل مسؤولة عنها وليست مرتبطة بعوامل أخرى مسببة لها. أما إذا كانت الفروق غير جوهرية فإن ذلك يعني أنها نتيجة للصدفة المطلقة أو أنها نتيجة لمجموع العوامل غير المتحكم بها أو ما يطلق عليها بالاختلافات والأخطاء العشوائية. وبصفة عامة فإنه يمكن القول أن تحليل البيانات بواسطة مربع كاي يتم لتحقيق هدفين رئيسين هما:

١ - تحديد دلالة بين مجموعتين أو أكثر من التصنيفات بالنسبة إلى خصائص العينة.

٢ - تحديد دلالة انحرافات التكرارات الفعلية (المشاهدة) عن التكرارات المتوقعة، أو بمعنى آخر الحكم على مدى ملائمة النموذج المتوقع لتوزيع التكرارات الفعلية عن طريق اتباع اختبار جودة التوفيق.

والجدير بالذكر بأن مقياس مربع كاي يتطلب توفر الشروط الآتية:

١ - أن لا يقل العدد الكلي للقيم (حجم العينة) عن ٢٠ حالة.

٢ - أن تكون المشاهدات مستقلة عن بعضها البعض، أي لا يؤثر اختبار إحدى المفردات على اختبار المفردات الأخرى.

٣ - أن تكون البيانات المشاهدة في شكل قيم عددية أو تكرارات قائمة على العد في كل فئة من الفئات، ولا تكون هذه البيانات في صور نسب مثوية على الأقل.

٤ - في حالة البيانات العددية مثل النسب والاحتمالات فإنه يمكن تحويلها إلى تكرارات.

٥ - مربع كاي في الواقع عبارة عن مجموعة مربعات انحرافات التكرار الواقعي عن التكرار المتوقع ثم تنسب هذه المربعات الانحرافية بعد ذلك إلى التكرار المتوقع ونأخذ الصورة:

$$\text{كا}^2 = \frac{\text{مجـ}(\text{ت}_\text{و} - \text{ت}_\text{م})^2}{\text{ت}_\text{م}}$$

حيث ت و: التكرار الواقعي أو الملاحظ.

ت م: التكرار المحتمل أو المتوقع.

٦ - يكثر استخدام اختبار كا^2 في حالة الاختبارات التي تتميز بالاستجابة بنعم أو لا، أو موافق وغير موافق.

مثال:

الجدول التالي يمثل تكرارات استجابة مجموع من الطلبة وعددهم ١٠٠ طالب على مقياس الاتجاه نحو مهنة التدريس وكانت الإجابة بنعم أو لا.

المطلوب:

حساب قيمة كا^2 لهذا التوزيع.

جدول (٣ - ٢)

نعم	لا	المجموع
٦٠	٤٠	١٠٠

الحل:

$$\text{التكرار المتوقع} = \frac{٦٠ + ٤٠}{٢} = \frac{١٠٠}{٢}$$

$$= ٥٠$$

$$\text{كا}^٢ = \frac{(٦٠ - ٥٠)^٢}{٥٠} + \frac{(٤٠ - ٥٠)^٢}{٥٠}$$

$$= \frac{١٠٠}{٥٠} + \frac{١٠٠}{٥٠}$$

$$= ٢ + ٢$$

$$= ٤$$

ملاحظة:

١ - في حالة الخلايا ذات الجدول ١ × ن يختلف حساب قيمة كا٢ عن الخلايا ذات الجدول ن × ن (المربع).

٢ - في المثال السابق تم حساب التكرار المتوقع

$$= \frac{\text{عدد مرات القبول + عدد مرات الرفض}}{}$$

٣ - درجات الحرية في حالة الجدول ١ × ٢

١ = ١ -٢

درجات الحرية:

إذا كان لدينا عينة حجمها (ن) فإن درجات الحرية تعطى بالقاعدة:

درجات الحرية = ن - عدد القيود المستقلة

فمثلاً عند سحب عينة مكونة من عشرين مفردة من مجتمع معين واشترطنا أن يكون مجموع هذه المفردات يساوي ٢٠٠ نجد أن تسع عشرة مفردة من هذه المفردات يمكن أن تأخذ أي قيمة ممكنة وعند تحديد هذه القيم التسع عشرة فالمفردة العشرون تحدد تماماً.

درجات الحرية = ٢٠ - ١

= ١٩

ولكن إذا أضفنا قيداً أخر غير السابق مثل أن يكون المجموع يقبل القسمة على ٥ فهذا القيد يكون مرتبطاً مع التقيد الأول أي يصبح القيدين غير مستقلين وبالتالي يبقى القيد واحداً ولا تتغير درجة الحرية.

أما إذا وجد قيداً آخر مستقلاً عن القيد الأول في هذه الحالة درجة الحرية = ن - ٢ .

يمكن حساب قيمة كا^2 للجدول التكراري ١ × ٢ بطريقة مختصرة كالتالي:

$$\text{كا}^2 = \frac{(\text{ت}_1 - \text{ت}_2)^2}{\text{ت}_1 + \text{ت}_2}$$

حيث:

ت$_1$: التكرار الأول والأكبر.

ت$_2$: التكرار الثاني والأصغر.

وبتطبيق هذه المعادلة على المثال السابق نجد:

$$\text{كا}^2 = \frac{(٦٠ - ٤٠)^2}{٦٠ + ٤٠} = \frac{٤٠٠}{١٠٠} = ٤$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها في المثال السابق وبالكشف عن دلالة كا٢ في الجداول الإحصائية نجد أن قيمة كا٢ المقابلة لدرجة حرية ١ ومستوى الدلالة ٠,٠٥ يساوي ٣,٨٤١ .

وحيث أن قيمة كا^2 المحسوبة أكبر من هذه القيمة الجدولية فهذا يدل على عدم مطابقة التوزيع الاعتدالي للتوزيع التجريبي وأن الفرق بين التكراريين لا يرجع إلى الصدفة وإنما إلى فروق جوهرية.

مثال:

الجدول التالي يمثل عدد تكرارات الاستجابة على اختبار ما بطريقة ليكن ت لمجموع من التلاميذ وعددهم ٦٠ تلميذاً.

المطلوب:

حساب قيمة $كا^2$.

جدول (٣ - ٣)

الاستجابة	موافق جداً	لا رأي	غير موافق جداً	المجموع
التكرار	٢٤	٤	٢٤	٦٠

الحل:

$$\text{التكرار المتوقع} = \frac{\text{مجموع الاستجابات}}{\text{عدد الاختيارات}}$$

$$= \frac{٦٠}{٣} = ٢٠$$

$$كا^2 = \frac{(٢٤ - ٢٠)^2}{٢٠} + \frac{(٤ - ٢٠)^2}{٢٠} + \frac{(٣٢ - ٢٠)^2}{٢٠}$$

$$= \frac{١٦}{٢٠} + \frac{٢٥٦}{٢٠} + \frac{١٤٤}{٢٠}$$

$$= ٢٠,٨$$

درجة الحرية في الحالة هي ٣ - ١ = ٢

قيمة $كا^2$ الجدولية عند درجة حرية ٢ ومستوى الدلالة ٠,٠٥ تساوي ٥,٩٩١ .

حيث أن: $كا^2$ المسحوبة > $كا^2$ الجدولية.

هناك فروق ذات دلالة.

الطريقة العامة لحساب $كا^2$ للجدول التكراري ٢ × ٢

الحل:

١ - وضع البيانات في جدول يتكون من أربعة حقول تمثل التوزيع الحقيقي للبيانات أ ، ب ، جـ ، د.

٢ - الجدول بالمربعات الخمس المكملة كما بالشكل العلوي.

٣ - يحسب التكرار المتوقع لكل خلية بضرب التكرار الهامشي الأفقي في التكرار الهامش الرأسي مقسوماً على ن حيث ن = أ + ب + جـ + د

$$\text{فتكرار الخلية (أ) المتوقع} = \frac{(\text{أ} + \text{ب})(\text{أ} + \text{جـ})}{\text{ن}}$$

$$\text{تكرار الخلية (ب) المتوقع} = \frac{(\text{أ} + \text{ب})(\text{ب} + \text{د})}{\text{ن}}$$

$$\text{تكرار الخلية (جـ) المتوقع} = \frac{(\text{جـ} + \text{د})(\text{أ} + \text{جـ})}{\text{ن}}$$

$$\text{تكرار الخلية (د) المتوقع} = \frac{(\text{جـ} + \text{د})(\text{ب} + \text{د})}{\text{ن}}$$

٤ - يطبق القانون بحساب القيمة النهائية لـ كا٢ عن طريق حساب مجموع قيمة كا٢ لكل خلية على حدة.

مثال:

الجدول الرباعي للخلايا أ ، ب ، جـ ، د.

والمطلوب:

حساب قيمة $كا^{2}$.

جدول (٣ - ٤)

أ	ب	
١٠	٩	١٩
جـ ١٥	د ٢٠	٣٥
٢٥	٢٩	٥٤

فتكرار المتوقع للخلية (أ) $= \dfrac{\text{١٩} \times \text{٢٥}}{\text{٥٤}} = \text{٨,٧}$

تكرار المتوقع للخلية (ب) $= \dfrac{\text{١٩} \times \text{٢٩}}{\text{٥٤}} = \text{١٠,٢}$

تكرار المتوقع للخلية (جـ) $= \dfrac{\text{٣٥} \times \text{٢٥}}{\text{٥٤}} = \text{١٦,٢}$

تكرار المتوقع للخلية (د) $= \dfrac{\text{٣٥} \times \text{٢٥}}{\text{٥٤}} = \text{١٨}$

$$\text{كا}^{2} = \frac{(\text{١٠} - \text{٨,٧})^{2}}{\text{٨,٧}} + \frac{(\text{٩} - \text{١٠,٢})^{2}}{\text{١٠,٢}} + \frac{(\text{١٥} - \text{١٦,٢})^{2}}{\text{١٦,٢}} + \frac{(\text{٢٠} - \text{١٨})^{2}}{\text{١٨}}$$

$$= \text{٠,١٩} + \text{٠,١٤} + \text{٠,٠٨} + \text{٠,٢٢} = \text{٠,٦٣}$$

لحساب دلالة قيمة كا٢ المحسوبة نعود للجدول الخاص بمقياس مربع كاي وذلك بعد تعيين كل من مستوى المعنوية ودرجة الحرية التي تحسب وفق الصيغة التالية:

(ف – ١) (ع – ١)

حيث أن:

ف = عدد الأعمدة أو الحقول أفقياً.

ع = عدد الأعمدة أو الحقول عمودياً.

درجة الحرية = (٢ – ١) (٢ – ١) = ١

فإذا كانت النتيجة النهائية (القيمة المحسوبة) لمقياس مربع كاي أقل من نظيرتها في توزيع مربع كاي في الجداول الإحصائية الخاصة في مستوى دلالة معينة فإننا نقبل فرضية العدم أو بمعنى آخر لا يوجد اختلاف أو فرق معنوي بين التوزيعين المشاهد والمتوقع، أما إذا كانت نتيجة مربع كاي المحسوبة أكبر من مثيلها النظرية في جدول توزيع مربع كاي فإننا نرفض فريضة العدم، وهذا يعني وجود فروق معنوية أو حقيقية بين التوزيعين، أي أن هناك عوامل غير عامل الصدفة لها تأثير على هذه الفروق، ومن ثم تقوم بالمقارنة بين قيمة مربع كاي المحسوبة والنظرية على أساس درجات الحريةومن مثالنا درجة الحرية ١ عند مستوى الدلالة ٠,٠٥ تكون قيمة كاي^{2} مساوية ٣,٨٤١ .

حيث أن كاي المحسوبة < كاي^{٢} الجدولية.

فهذا يدل على حسن مطابقة التوزيع الاعتدالي بالتوزيع التكراري التجريبي، وأن الفرق بين التكرارين يرجع إلى الصدفة لأن قيمة كا٢ لم تتجاوز الحد الذي نرفض به قبول تلك المطابقة.

الطريقة المختصرة لحساب قيمة كا٢ للجدول التكراري ٢ × ٢ باستخدام معامل ارتباط فاي (θ).

تطبيق القاعدة: كا^{٢} = $\theta^{٢}$ × ن

حيث:

بتطبيق هذه المعادلة على الجدول السابق نجد:

$$\theta = \frac{\text{أ . د} - \text{ب . جـ}}{\sqrt{(\text{أ} + \text{ب})(\text{جـ} + \text{د})(\text{أ} + \text{جـ})(\text{ب} + \text{د})}}$$

أ	ب	
أ + ب		
١٠	٩	١٩
جـ ١٥	د ٢٠	٣٥
٢٥	٢٩	٥٤

جـ + د

ن

$$\theta = \frac{١٠ \times ٢٠ \times ١٥ \times ٩}{\sqrt{١٩ \times ٣٥ \times ٢٥ \times ٢٩}}$$

$$= \frac{٦٥}{٦٩٤,٣}$$

$= ٠,٠٩٣$

$\theta^{٢} = ٠,٠٠٨٧$

كا^{٢} = $\theta^{٢}$ × ن = ٠,٠٠٨٧ × ٠,٤٧٥٤

وهذه القيمة قريبة من القيمة السابقة.

اختبار (ت) ستودنت:

إن الغرض من اختبار ستودنت والذي يرمز إليه بالحرف (ت) هو اختبار أهمية الفرق بين الوسط الحسابي للعينة والوسط الحسابي لمجتمع البحث، وذلك لمعرفة شريعية العينة في تمثيلها للمجتمع المذكور الذي سحبت منه العينة أي بمعنى آخر، هل أن العينة صادقة وأمنية ويمكن الاعتماد عليها في دراسة مجتمع البحث؟ أم أن العينة غير صادقة ولا أمينة ولا يمكن الاعتماد عليها في استخراج واشتقاق التصميمات والقوانين الاحصائية عن مجتمع البحث واختبار مقياس (ت) يعتمد على الفرضية الإحصائية الصفرية التي تزعم بأنه لا يوجد فرق معنوي بين العينة ومجتمع البحث على جميع مستويات الثقة سواء كانت هذه الفئة على مستوى ٩٠ ٪ أو ٩٩ ٪ .

يستخدم مقياس ستودنت والذي رمزنا إليه بالحرف (ت) في حالة عدم وجود حقول مبوبة، وهذا المقياس له علاقة وثيقة ومباشرة مع الوسط الحسابي بأنوعه سواء أكان هذا الوسط بياناته مطلقة أو مبوبة وكذلك له علاقة وثيقة بالانحراف المعياري.

أولاً - شروط اختبار (ت):

قبل استخدام اختبار (ت) يجب على الباحث أن يدرس ويتأكد من متغيرات البحث والتي تؤثر في إمكانية استخدام اختبار (ت) مثل:

١ - حجم كل عينة.

٢ - الفرق بين حجمي عينتي البحث.

٣ - مدى تجانس العينة.

٤ - مدى اعتدالية التوزيع التكراري لكل من عينتي البحث.

١ - حجم كل عينة:

يمكن استخدام اختبار (ت) في حالة العينات الصغيرة والتي حجمها في حدود ٣٠ أو للعينات الكبيرة التي تقع أو التي يصل حجمها إلى أكثر من ١٠٠٠٠ كذلك لا يفضل استخدام اختبار (ت) في حالة العينات التي حجمها أقل من ٥ .

٢ - الفرق بين حجمي عينتي البحث:

يجب أن يراعى الفرق بين حجمي عينتي البحث متقارباً فلا يكون حجم أحد العينتين ٥٠ وحجم العينة الأخرى ٥٠٠ لأن كبر الفرق يؤثر على التباين والمتوسط لذلك لا يفضل استخدام اختبار (ت) في حالة كبر الفرق بين حجمي العينيتن.

٣ - مدى تجانس العينتين:

يقصد بالتجانس الفرق بين تباين العينتين ويقاس بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر وهو ما يسمى بالنسبة الفائية (ف).

$$ف = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2} \quad \text{حيث } ع_1 > ع_2$$

ويتحقق التجانس عندما يكون $ع_1^2 = ع_2^2$، أي عندما ف = ١ وهناك جداول إحصائية تبين دلالة (ف) عن طريق درجات الحرية للعينتين للتحقق أيضاً من التجانس والمعلوم درجة الحرية = عدد أفراد العينة - ١ .

مثال:

القيم التالية تمثل نتائج دراسة ما، والمطلوب حساب النسبة الفائية والتأكد من مدى تجانس العينتين.

$ن_1 = ٧٦$ $ن_2 = ٨١$

$ع_1^2 = ١٦,٢٥$ $ع_2^2 = ١٢,١٨$

نجد أن:

$$ف = \frac{ع_1^2}{ع_2^2} = \frac{١٦,٢٥}{١٢,١٨} = ١,٣٣$$

بالكشف عن دلالة (ف) في الجداول الإحصائية نجد:

درجة الحرية للتباين الكبير = ٧٥ .

درجة الحرية للتباين الصغير = ٨٠ .

ف = ١,٤٥ عند مستوى الدلالة ٠,٠٥ من الجدول (ف) المحسوبة (١,٣٣) < ف الجدولية (١,٤٥).

∴ القيمة المحسوبة للنسبة الفائية غير دلالة إحصائية.

∴ هناك تجانس بين العينين.

٤ - مدى اعتدالية التوزيع التكراري لكل من عينتي البحث:

ويقصد بذلك عدم وجود التواء في التوزيع.

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{٣ (الوسط - الوسيط)}}{\text{الإنحراف المعياري}}$$

فمثلاً:

إذا كان البيانات التالية للمتغير س

المتوسط س = ٥٣,٢

الوسيط = ٥٦,٤

الانحراف المعياري = ١٤,٧٦

$$\text{الالتواء} = \frac{٣\ (٥٣,٢ - ٥٦,٤)}{١٤,٦٧}$$

= - ٠,٦٥

وهذه القيمة قريبة من الصفر وبذلك لا يوجد التواء ويصلح هذا من المتغيرات لحساب دلالة (ت) بشرط التأكد من عدم وجود التواء في المتغير الأخر.

ثانياً - الحالات المختلفة لحساب (ت):

١ - حساب (ت) لمتوسطين غير مرتبطين في حالة عدم تساويهما في العدد وحالة تساويهما في العدد.

٢ - حساب (ت) لمتوسطين مرتبطين وهذا يقتضي بالضرورة تساوي عدد أفراد العينتين.

٣ - دلالة الفرق بين المتوسطين لعينتين غير متجانستين.

١ - حساب قيمة (ت) لمتوسطي عينتين غير مرتبطتين:

في حالة $ن_١ = ن_٢$

المعادلة المستخدمة:

$$ت = \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{\sqrt{\left[\frac{ن_١ ع_١^٢ + ن_٢ ع_٢^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢}\right]\left[\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢}\right]}}$$

حيث $\bar{س}_١$: متوسط المتغير الأول

$\bar{س}_٢$: متوسط المتغير الثاني.

$ن_١$: عدد أفراد المتغير الأول

$ن_٢$: عدد أفراد المتغير الثاني.

$ع_١^٢$: التباين للمتغير الأول.

$ع_٢^٢$: التباين للمتغير الثاني.

تمرين:

البيانات التالية تمثل نتائج تطبيق اختبار التحصيل الدراسي في مادة المحاسبة على عينتين الأولى من البنين والثانية من البنات في إحدى الجامعات.

المطلوب:

- هل يمكن تطبيق اختبار (ت).

- هل هناك فروق دالة إحصائياً بين متوسطي البنين والبنات في هذا الاختبار.

- البيانات : الوسط $\bar{س}_١ = ٥٥,٠٢$ $\bar{س}_٢ = ٥٣,٢٠$

الوسيط $و_١ = ٥٤$ $و_٢ = ٥٦,٤٠$

الانحراف المعياري $ع_١ = ١٦,٣٣$ $ع_٢ = ١٤,٦٧$

الحجم $ن_١ = ١٠١$ $ن_٢ = ٨١$

الحل حيث أن حجم العينتين يتقارب لذلك نتأكد من تجانس العينتين ثم نحسب الالتواء للتأكد من إعتدالية التوزيع لكلا العينتين.

$ف\ ع_1^2 = (١٦,٣٣)^2 = ١,٠٢٣$

$ع_2^2 = (١٤,٦٧)^2$

درجة الحرية = ١٠١ + ٨١ − ٢ = ١٨٠

قيمة ف من الجدول عند مستوى دلالة = ٠,٠٥.

ف = ١,٤٥

حيث أن: ف المحسوبة ١,٢٣ > ف الجدولية ١,٤٥

∴ ف غير دالة وبالتالي يوجد تجانس بين العينتين، نحسب الالتواء.

$$\text{للعينة الأولى } r_1 = \frac{٣\ (٥٤ - ٥٥,٠٢)}{١٦,٣٣} = ٠,١٨$$

$$r_2 = \frac{(٥٦,٤٠ - ٥٣,٢٠)٣}{١٤,٦٧} = ٠,٦٥$$

القيم r_1 ، r_2 توضحان أن المنحنيين اعتداليين

∴ يمكن تحقيق شريط اختبار وبالتالي يمكن تطبيق اختبار (ت).

$$ت = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\left[\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - ٢}\right]\left[\frac{١}{ن_1} + \frac{١}{ن_2}\right]}}$$

$$= \frac{٥٥,٠٢ - ٥٣,٢٠}{\sqrt{\left[\frac{١٠١\ (١٦,٣٣)^2 + ٨١\ (٤,٦٧)^2}{١٠١ + ٨١ - ٢}\right]\left[\frac{١}{١٠١} + \frac{١}{٨١}\right]}}$$

$$ت = \frac{١,٨٢}{\sqrt{٢٤٦,٥}} = ٠,٧٧$$

قيمة ت المحسوبة = ٠,٧٧

قيمة ت من الجدول عند درجة الحرية ١٨٠ ومستوى الدلالة تساوي ١,٩٧

حيث أن:

ت المحسوبة < ت الجدولية

∴ لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي العينتين.

حساب قيمة (ت):

في حالة تساوي الحجم أي ($ن_١ = ن_٢$) حيث أن قانون المقياس لهذه الحالة هو:

$$ت = \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢ - ع_٢^٢}{ن - ١}}}$$

ملاحظة:

درجة الحرية في هذه الحالة تساوي ٢ن - ٢ .

مثال:

العينة الأولى	العينة الثانية
$ن_١ = ١٥$	$ن_٢ = ١٥$
$\bar{س}_١ = ٤٠$	$\bar{س}_٢ = ٣٥$
$ع_١ = ٥$	$ع_٢ = ٧$

$$ت = \frac{٤٠ - ٣٥}{\sqrt{\frac{٢٥ - ٤٩}{١٤}}} = \frac{٥}{٢,٢٩} = ٢,١٨$$

درجة الحرية = ٢ × ١٥ - ٢ = ٢٨

المستوى المئوي = ٥ ٪ (a = ٠,٠٥)

قيمة المقياس بالجدول الإحصائي ٢,٠٤

ت المحسوبة ٢,١٨ > ت الجدولية ٢,٠٤

القار = نقبل فرضية البحث ونرفض فرضية العدم (الفرض الصفري)

٢ - حساب قيمة(ت) لمتوسطي عينيتين مرتبطتين:

يرتبط المتوسطان إذا أجرينا اختباراً على مجموعة من الأفراد ثم نعيد إجراء الاختبار نفسه على المجموعة في وقت آخر وفي هذه الحالة ن١ = ن٢ .

المعادلة المستخدمة والتي تعتمد على فكرة الفروق.

$$ت = \frac{م_{ف}}{\sqrt{\frac{مجـ ح^{2}_{ف}}{ن (ن - ١)}}}$$

حيث:

م ف: متوسط الفروق.

مجـ ح ٢ ف: مجموع مربعات انحرافات الفروق عند متوسط الفروق.

ن: عدد الأفراد.

درجة الحرية في هذه الحالة ن - ١

مثال:

الجدول التالي يمثل درجات مجموعة من الطلاب وعددهم ١٠ في التطبيقين العقلي والبصري لاختبار الذكاء، والمطلوب التأكد من صحة الفرض الأصغر القائل: « أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (a = ٠,٠٥) بين متوسط درجات الطلاب في التطبيق العقلي والبصري لاختبار الذكاء ».

جدول (٣ - ٥)

الطلاب	التطبيق البصري	التطبيق العقلي	ف	ح ف	ح² ف
١	١٠	٧	٣	١	١
٢	٥	٣	٢	٠	٠
٣	٦	٧	١-	٣-	٩
٤	٧	٥	٢	٠	٠
٥	١٠	٨	٢	٠	٠
٦	٦	٤	٢	٠	٠
٧	٧	٥	٢	٠	٠
٨	٨	٢	٦	٤	١٦
٩	٦	٣	٣	١	١
١٠	٥	٦	١-	٣-	٩
					٣٩

$$\text{م ف} = \frac{٢٠}{١٠} = ٢$$

$$\text{ت} = \frac{\text{م ف}}{\sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^2\text{ ف}}{\text{ن (ن - ١)}}}} = \frac{٢}{\sqrt{\frac{٣٦}{١٠ \times ٩}}}$$

$$= ٣,١٦$$

درجة الحرية ٩ قيمة (ت) الجدولية وعند درجة حرية ٩ ومستوى الدلالة ٠,٠٥ تساوي ٢,٢٦ قيمة (ت) المحسوبة دالة عند مستوى a = ٠,٠٥ .

تمرين :

احسب قيمة « ت » لمتوسطين غير مرتبطين حيث:

$س َ_١$ = ٥٧,٧ $س َ_٢$ = ٥٦,٣

$ن_١$ = ٨٠ $ن_٢$ = ٨٠

$ع_١$ = ١٦,١ $ع_٢$ = ١٥,٣

تمرين:

$س َ_١$ = ٥٠,٠٣ $س َ_٢$ = ٥٧,٢٥

$ن_١$ = ١٠٠ $ن_٢$ = ١١٠

$ع_١$ = ١٨,١٢ $ع_٢$ = ١٦,٢٥

تمرين:

$س َ_١$ = ٥٥,٠٢ $س َ_٢$ = ٥٣,٢٠

$ن_١$ = ٨١ $ن_٢$ = ٨١

$ع_١$ = ١٦,٣٣ $ع_٢$ = ١٤,٧٦

تمرين:

الجدول التالي يمثل البيانات الخاصة بدرجات مجموعتي الطلبة ذوي الاتجاه الموجب وذوي الاتجاه السالب على مقياس أسباب عزوف الطلاب عن دراسة الرياضيات.

المطلوب:

باستخدام اختيار « ت » التأكد من صحة الفروض الصفرى « توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ٠,٠٥ بين متوسط درجات الطلاب ذوي الاتجاه الموجب ومتوسط درجات الطلاب ذوي الاتجاه السالب على مقياس أسباب الفروق عند دراسة الرياضيات ».

جدول (٣-٦)

المجموع	عدد الأفراد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	درجة الحرية
ذات الاتجاه الموجب	١٣٦	٨٧,٥	١٢,٨	
ذات الاتجاه السالب	١٤٨	٩٢,٥	١٤,٢	

تمرين:

الجدول التالي يمثل بيانات مجموعتي الطلبة ذوي التحصيل المرتفع وذوي التحصيل المنخفض في مادة الرياضيات على مقياس أسباب الفروق عن دراسة الرياضيات.

جدول (٣ - ٧)

المجموع	عدد الأفراد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	درجة الحرية
ذو التحصيل المرتفع	١٣٦	٨٢,٢	١٠,٨	
ذو التحصيل المنخفض	١٠٥	١٠٢,٦	١٠,٥	

المطلوب:

التحقق من صحة الفرض الصفري « لا يوجد فرق دال، إحصائياً عند مستوى (a = ٠,٠٥) بين متوسط درجات الطلاب ذوي التحصيل المرتفع ومتوسط درجات الطلاب ذوي التحصيل المنخفض على مقياس أسباب الفروق عند دراسة الرياضيات ».

تمرين:

تحقق من صحة الفرضية الصغيرة التالية باستخدام اختيارات « ت » بعد التأكد من تحقق شروط تطبيق اختبار « ت » « لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠٥ بين متوسط درجات البنين ومتوسط درجات البنات على اختبار الاتجاه نحو دراسة الكمبيوتر لدى عينة من طلبة وطالبات قسم الاجتماع بإحدى الجامعات ».

جدول (٣ - ٨)

المجموع	عدد الأفراد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	درجة الحرية
ذو التحصيل المرتفع	١٣٦	٨٢,٢	١٠,٨	
ذو التحصيل المنخفض	١٠٥	١٠٢,٦	١٠,٥	

جدول (٣ - ٩)

درجات البنين	درجات البنات
١٢	١٥
١٧	٢٣
١٩	٢٦
٢٥	٢٨
٢٧	٣٠
٢٧	٣٠
٣٠	٣٢
٣٢	٣٥
٣٦	٣٧
٤٥	٤٤

ملاحظة:

« أوجد س١ ، س٢ ، ع١ ، ع٢ ، ن١ ، ن٢ وكذلك الوسيط لكلا المجموعتين ».

تمرين:

تحقق من صحة الفرض الصفري التالي باستخدام اختبار « ت » لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (a = ٠,٠٥) بين متوسط درجات طالبات الخدمة الاجتماعية على اختبار التحصيل الدراسي في التطبيقين القبلي والبعدي في مادة الاجتماع.

جدول (٣ - ١٠)

التطبيق البعدي	التطبيق القبلي
١٥	١٢
٢٣	٢٠
٢٦	٢٢
٢٨	٢٦
٣٠	٢٧
٣٠	٢٩
٣٢	٣٠
٣٥	٣٥
٣٧	٣٧

تمرين:

أجاب ٢٠٠ تلميذ عن سؤال في استبيان ما وكان تكرار القبول ١٢٠ وتكرار الرفض ٨٠، احسب باستخدام كا٢ دلالة فروق هذا التكرار لمستوى الدلالة ٠,٠٥ .

تمرين:

أجاب ١٥٠ تلميذاً عن سؤال في استبيان ما من اختبار (موافق - لا أدري - غير موافق) فكانت تكرارات الاستجابات ٨٠ موافق، ٢٠ لا أدري ٥٠ غير موافق احسب قيمة كا٢ لمستوى الدلالة ٠,٠٥ .

تمرين:

احسب قيمة كا٢ للجدول التالي:

جدول (٣ - ١١)

٦٠	٤٠
٥٠	٧٣

الأرقام القياسية:

نستطيع أن نقول أن الأرقام القياسية على جانب كبير من الأهمية لجميع الباحثين في المجالات الاجتماعية والتربوية والاقتصادية، فالرقم القياسي يشير إلى الانخفاض والارتفاع الذي يطرأ على الظاهرة موضوعة البحث، وبواسطة الرقم القياسي يتمكن الباحث الاقتصادي مثلاً أن يعطي رأيه في ارتفاع أو انخفاض مستوى المعيشة في قطر من الأقطار أو مدينة من المدن خلال فترة معينة كذلك يتمكن هذا الباحث عند وقوفه على التغير الحقيقي في الحالة الاقتصادية أن يضع سياسة اقتصادية إنمائية مرنة من واقع التغيرات التي توضحها هذه الأرقام.

وعن طريق دراسة الأرقام القياسية للأجور مثلاً يتمكن الباحث أن يقف على الظروف الاجتماعية والاقتصادية للعمال في الصناعات المختلفة في السنوات المختلفة، وأثر التحسينات في وسائل الإنتاج، وتخفيض ساعات العمل، وغير ذلك مما يتعلق بالأجور ومستواها.

لقد عرف الرقم القياسي بأنه (مقياس إحصائي وضع لـ - س - التغير في قيمة ظاهرة معينة أو مجموعة من الظواهر ذات العلاقة) بالنسبة إلى قيمتها في زمان معين أو مكان جغرافي أو أية صفة أخرى كالمهنة أو الدخل وما شابه.

أما فترة الأساس فقد عرفت على أنها الفترة التي تنسب إليها عادة كميات أو أسعار الفترات الأخرى وهذه الفترة قد تكون شهراً أو سنة أو غيرها، ولكن الشائع أن تكون مدة سنة واحدة وتسمى (سنة الأساس) كما يشترط أن تكون سنة طبيعية خالية من الشذوذ كالحروب والأزمات، وعندما تنسب إلى أسعار السنة السابقة أسعار هذه السنة وإلى أسعار السنة القادمة يدعى الأساس عندئذ (الأساس المتحرك).

أما فترة المقارنة فهي الفترة التي تنسب أسعارها أو كمياتها إلى أسعار أو كميات فترة الأساس.

مثال:

في عام ١٩٨٠ تم تخصيص مبلغ ٢٥ مليون دينار لإنشاء مصنع لأجهزة التلفزيون والالكترونات حيث كان الرقم القياسي آنذاك لتكاليف مثل هذا المصنع هو ١٢٥٪ (مقاساً بالنسبة لعام ١٩٧٥ = ١٠٠٪).

وبفرض أنه في عام ١٩٩٠ أريد إنشاء مثل هذا المصنع فتم رصد مبلغ ٣٠ مليون دينار لهذا الغرض حيث بلغ الرقم القياسي للتكاليف ١٨٠ ٪ (مقاساً بالنسبة لعام١٩٧٥ = ١٠٠٪).

فهل تكفي هذه المبالغ لإنشاء مثل هذا المصنع الجديد ؟

الإجابة:

القيمة الحقيقية المخصصة في عام ١٩٨٠ = $\frac{٢٥ \times ١٠٠}{١٢٥}$

= ٢٠ مليون دينار

القيمة الحقيقية المخصصة في عام ١٩٩٠ = $\frac{٣٠ \times ١٠٠}{١٨٠}$

= ١٦,٦٦ مليون دينار.

نلاحظ أن هذه القيمة مقارنة بالقيمة عام ١٩٨٠ .

فإنها تمثل حوالي ٨٣,٣ ٪ من هذا المشروع بالرغم من زيادة ٥ ملايين دينار عنه في عام ١٩٨٠ .

$$\frac{١٦,٦٦}{٢٠} \times ١٠٠ = ٨٣,٣ \%$$

أولاً - أنواع الأرقام القياسية:

معظم الأرقام القياسية التي تنشر بواسطة الدول أو الشركات عبارة عن أرقام قياسية خاصة، أي توجد قائمة بالسلع التي تكون الرقم القياسي والتي جمعت بيانات عن أسعارها أو كمياتها، ولذلك يمكن تقسيم الأرقام القياسية إلى أنواع ثلاثة هي:

١ - أرقام قياسية للأسعار.

٢ - أرقام قياسية للكميات.

٣ - أرقام قياسية للقيمة.

ومن الطبيعي أن الأرقام القياسية للأسعار تعتبر من أقدم المقياس التي استعملت لمؤشرات أو بارومترات للصناعة والتجارة وغالباً ما تحتاج الإدارة العليا في اتخاذ قراراتها التجارية إلى معرفة التغير النسبي في أسعار المواد الأولية، الخدمات الإنتاجية ..... إلخ.

ثانياً - كيفية استخراج الأرقام القياسية:

هناك عدة طرق لذلك نذكر منها:

١ - الأرقام القياسية البسيطة، حيث أنه من المعروف أننا نقوم بتكوين الرقم القياسي البسيط في بيانات تاريخية لسلاسل زمنية معينة فردية التي تغطي فترة زمنية معينة أو التي تمثل مناطق مختلفة، وفي تكوين هذا الرقم القياسي البسيط نقوم باختبار فترة زمنية معينة، أو مكان معين كأساس والمفردة لهذا الأساس تؤخذ على أنها تساوي ١٠٠ أما المفردات الأخرى في السلسلة فتعرض في ضوء نسب مئوية على هذا الأساس ولذلك نسمي الرقم القياسي البسيط منسوب السعر أو منسوب الكمية أو منسوب القيمة.

٢ - الأرقام القياسية المرجعة، إن طرق احتساب الرقم القياسي السابق لا تأخذ بعين الاعتبار الأهمية النسبية لكل سلعة من السلع الداخلة في احتساب الرقم القياسي وهي تظهر النتائج بشكل عام متأثرة بمقدار أو بنسبة الزيادة في الأسعار بشكل مطلق وبغض النظر عن أهمية كل سلعة من السلع. فلا يمكن أن تكون أهمية المتغيرات التي تحدث في أسعار أصباغ التلوين والعطر الخاصة بالمرآة (كبرت هذه التغيرات أم قلت) كأهمية الخبز والضروريات الأخرى. لذلك نلجأ إلى توضيح هذه الأسعار وتوجد عدة طرق لإيجاد الرقم القياسي للأسعار استناداً إلى أسلوب توضيحها.

٣ - الرقم القياسي الأمثل (استخدام معادلة فيشر) بموجب هذه المعادلة يمكن احتساب الرقم القياسي للأسعار في الجذر التربيعي بحاصل ضرب الرقم القياسي الناتج من معادلات إحصائية (معادلة باسي × الرقم القياسي الناتج من معادلة لاسبير).

$$\text{الرقم القياسي لمعادلة فيشر} = \frac{\text{مجـ ع و ك س}}{\text{مجـ ع س ك س}} \times \frac{\text{مجـ ع ق ك ق}}{\text{مجـ ع س ك ق}} \times ١٠٠$$

٤ - تغير سنة الأساس في الأرقام القياسية، في حالة وجود سلسلة زمنية للرقم القياسي لأي من الظواهر باعتبارها سنة أساس معينة، يمكن تغير سنة الأساس إلى أي سنة في سنوات السلسلة بقسمة هذه الأرقام القياسية على الرقم القياسي لسنة الأساسي الجديدة.

مثال:

الجدول الآتي يبين الرقم القياسي لأسعار الجملة في مدينة طرابلس للسنوات ١٩٦٢ ، ١٩٦٩، باعتبار سنة ١٩٦٢هي سنة الأساس.

المطلوب:

احتساب الرقم القياسي للأسعار باعتبار أن سنة ١٩٦٧ هي سنة الأساس.

جدول (٣ - ١٢)

السنة	١٩٦٢	١٩٦٣	١٩٦٤	١٩٦٥	١٩٦٦	١٩٦٧	١٩٦٨	١٩٦٩
الرقم القياسي	١٠٠	١٠٨	١١٠	١١١	١١٢	١١٤	١١٨	١٢٢

جدول (٣ - ١٣)

١٩٦٢	١٩٦٣	١٩٦٤	١٩٦٥	١٩٦٦	١٩٦٧	١٩٦٨	١٩٦٩
١٠٠ / ١١٤	١٠٨ / ١١٤	١١٠ / ١١٤	١١١ / ١١٤	١١٢ / ١١٤	١١٤ / ١١٤	١١٨ / ١١٤	١٢٢ / ١١٤
٪ ٨٧,٧	٪ ٩٤,٧	٪ ٩٦,٤	٪ ٩٤,٣	٪ ٩٨,٢	٪ ١٠٠	٪ ١٠٣,٥	٪ ١٠٧,٠

الرقم القياسي على أساس ١٩٦٧ .

مثال:

الجدول التالي يوضح كمية الإنتاج الصناعي لأحد المصانع بين عامي ١٩٨٠ - ١٩٨٨ .

المطلوب:

إيجاد الرقم القياسي لإنتاج هذا المصنع لعام ١٩٨٨ باعتبار:

١ - فترة الأساس هي عام ١٩٨٠ .

٢ - فترة الأساس هي السنوات ١٩٨٠ - ١٩٨٣ .

جدول (٣ - ١٤)

السنة	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨
كمية الإنتاج	٧٠	٨٠	٨٥	٩٧	١٠٠	١٠٥	١١٢	١٢٠	١٥٠

الحل:

أولاً - فترة الأساس هي عام ١٩٨٠:

جدول (٣ - ١٥)

السنة	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨
الرقم القياسي	١٠٠	١١٤,٢	١٢١,٤	١٣٨,٥	١٤٢,٨	١٥٠	١٦٠	١٧١,٤	٢١٤,٢

ثانياً - فترة الأساس في هذه الحالة هي معدل (متوسط) كمية الإنتاج لفترة الأساس =

$$\frac{٨٥ + ٨٠ + ٧٠}{٣} + \frac{٢٣٥}{٣} = ٧٨,٣$$

جدول (٣ - ١٦)

السنة	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨
الرقم القياسي	٨٩,٣	١٠٢,١	١٠٨,٥	١٢٣,٨	١٢٧,٧	١٣٤	١٤٣,٠	١٥٣,٢	١٩١,٥

٥ - الأرقام القياسية المتحرك، حيث أن هناك بعض الحالات لا تكون المقارنة فيها على أساس ثابت أي سنة معينة محددة مسبقاً، وإنما تقدم بمقارنة كل سنة بالنسبة للتي قبلها، وبذلك سوف يشير هذا الرقم القياسي إلى التغيرات السنوية التي تحدث في الظاهرة من حيث الزيادة والنفقات، وبخلاف الرقم القياسي للأساس الثابت والذي يشير إلى التغير الذي يحدث في الظاهرة مقارنة مع سنة الأساس الثابتة.

٦ - تحويل الأرقام القياسية من الأساس المتحرك الثابت، ولغرض معرفة التغير السنوي الذي يحدث على الظاهرة لابد من إيجاد رقم قياسي بالأساس المتحرك وكذلك في

حالة الحاجة إلى معرفة التغير الذي يحدث على الظاهرة خلال فترة زمنية طويلة - لكي تبتعد عن التأثيرات الموسمية - لابد من تحويل الرقم القياسي في الأساس المتحرك إلى الأساس الثابت.

وخلاصة القول أن الرقم القياسي هو مقياس إحصائي نستطيع أن نبين الاختلاف في التغيرات في المجاميع المرتبطة بعضها ببعض بالنسبة للزمن أو للمكان الجغرافي أو لخواص أخرى مثل الدخل، المهنة .... إلخ.

ويطلق على تجميع الأرقام القياسية لمدة سنوات في بعض الأحيان سلسلة الأرقام القياسية.

ثالثاً - بعض الأمور الرياضية المستخدمة في الأرقام القياسية:

١ - رقم لاسبير:

يبين في رقمه القياسي النسبة بين تكاليف الكميات سنة الأساس بأسعار سنة المقارنة وتكاليف الكميات المنتجة سنة الأساس بأسعار سنة المقارنة فيكون رقمه:

$$\text{رقم لاسبير} = \frac{\text{مجـ}(\text{ع}_1\ \text{ك}_0)}{\text{مجـ}(\text{ع}_0\ \text{ك}_0)} \times 100$$

٢ - رقم باشي:

يبين في رقمه النسبة المئوية لمجموع تكليف الكميات المنتجة سنة المقارنة بتكاليف الكميات المنتجة سنة بأسعار سنة الأساس فيكون رقمه:

$$\text{رقم باشي} = \frac{\text{مجـ}(\text{ع}_1\ \text{ك}_1)}{\text{مجـ}(\text{ع}_0\ \text{ك}_1)} \times 100$$

حيث:

مجـ $(\text{ع}_1\ \text{ك}_0)$: يقيس تكاليف السلع المشتراة في فترة الأساس مقومة بأسعار فترة المقارنة.

مجـ $(\text{ع}_1\ \text{ك}_0)$: القيمة النقدية للمنفق عند مجموع السلع الداخلة فيه في فترة الأساس مقومة بأسعار فترة الأساس.

مجـ $(\text{ع}_1\ \text{ك}_1)$: القيمة النقدية للمنفق عن مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم في فترة المقارنة مقومة بأسعار فترة المقارنة $(\text{ع}_0\ \text{ك}_1)$ نقيس تكاليف السلع المشتراة في فترة المقارنة مقومة بأسعار فترة الأساس.

ملاحظة:

لا يشترط أن يكون رقمي لاسبير وباشي متساويين.

من البيانات المعطاة في الجدول التالي احسب قيمة رقم لاسبير وكذلك رقم ياشي.

جدول (٣ – ١٧)

السلعة	وحدة الشعير	الأسعار بالدينار		الكميات		القيمة المجمعة			
		ع.	ع١	ك.	ك١	ع. ك.	ع١ ك.	ع. ك١	ع١ ك١
صابون	كيلو	١/٢ ١	٢	٢٠	٢٥	٣٠	٤٠	١/٢ ٣٧	٥٠
شاي	كيلو	٢	١/٢ ٢	١٥	٢٠	٣٠	١/٢ ٣٧	٤٠	٥٠
سكر	كيلو	١	٢	٥٠	٤٠	٥٠	١٠٠	٤٠	٨٠
دقيق	كيلو	١/٢	١/٢ ١	٣٠	٤٠	١٥	٤٥	٢٠	٦٠
عدس	كيلو	١	١/٢ ٢	١٠	١٥	١٠	٢٥	١٥	١/٢ ٣٧
		٦	١/٢ ١٠	١٢٥	١٤٠	١٣٥	١/٢ ٢٤٧	١/٢ ١٥٢	١/٢ ٢٧٧

$$\text{رقم لاسبير} = \frac{\text{مجـ}(\text{ع}_1 \text{ ك.})}{\text{مجـ}(\text{ع. ك.})} \times ١٠٠$$

$$= \frac{١/٢\ ٢٤٧}{١٣٥} \times ١٠٠ = ١٨٣,٢ \%$$

$$\text{رقم ياشي} = \frac{\text{مجـ}(\text{ع}_1 \text{ ك.})}{\text{مجـ}(\text{ع. ك.})} \times ١٠٠$$

$$= \frac{١/٢\ ٢٧٧}{١/٢\ ١٥٢} \times ١٠٠$$

$$= ١٨١,٩ \%$$

واضح أن الرقم القياسي للاسبير يكون دائماً أكبر من الرقم القياسي لياشي.

السلاسل الزمنية:

يمكن اعتبار السلسلة الزمنية علاقة دالية بين متغيرين هما قيمة الظاهرة والزمن على الشكل الآتي حيث أن:

ص = د (ن)

ص: ترمز إلى قيمة الظاهرة.

ن: ترمز إلى الفترة الزمنية.

تهتم كثير من الدراسات الاجتماعية والتربوية والاقتصادية بدراسة السلسلة الزمنية، وذلك لأن كثيراً من الظواهر الاقتصادية كالصادرات السنوية مثلاً إذا استعرضت وبحثت من السنين فإنه يمكن معرفة طبيعة التغيرات التي تطرأ على قيم الظاهرة من الزمن وتحديد الأسباب والنتائج وتفسير العلاقات المشاهدة بينها، والتنبؤ بما سيحدث من تغير على قيم الظاهرة في المستقبل على ضوء ما حدث لها في الماضي.

ومن دراسة وملاحظة كثير من السلاسل الزمنية يمكن اكتشاف وجود تغيرات (تحركات) أو اختلافات خاصة ومميزة وبدرجات مختلفة. والجدير بالذكر أن تحليل مثل هذه التغيرات له أهمية كبرى في التنبؤ بالتغيرات المستقبلة للظاهرة قيد الدراسة، وبنا على ذلك يمكن تصنيف التغيرات في السلاسل الزمنية إلى أربعة أنماط تسمى غالباً مكونات السلسلة الزمنية.

أولاً - أنماط التغيرات في السلاسل الزمنية:

١ - التغيرات طويلة المدى (الاتجاه العام):

ويمكن تعريفه بأنه العامل الأكثر تأثيراً على قيم الظاهرة في المدة الطويلة فمثلاً عدد سكان ليبيا خلال الأربعين سنة الماضية يمثل سلسلة زمنية متأثرة بدرجة كبيرة بالاتجاه العام، نظراً لميل جميع الأعداد المكونة لهذه السلسلة إلى التزايد بصورة مستمرة فيكون الاتجاه العام موجباً عندما تتزايد قيمة الظاهرة على مرور الزمن، فمثلاً نمو السكان يمثل سلسلة زمنية اتجاهها العام موجب، بينما يكون الاتجاه سالباً عندما تتناقص قيم الظاهرة على مرور الزمن فمثلاً الوفيات الناتجة عن الإصابة بمرض الإيدز تكون سلسلة زمنية اتجاهها العام سالب.

٢ - التغيرات الدورية:

تشير هذه التغيرات إلى التذبذبات طويلة المدى حول خط الاتجاه العام، وتسمى هذه التغيرات أحياناً (دورات) التي قد تتبع نفس النمط بعد كل فترة زمنية متساوية، وفي مجال الجغرافية الاقتصادية تعتبر التغيرات الدورية إذا تكررت بعد فترات زمنية تزيد عن سنة.

أما بخصوص التغيرات العرضية فتحصل عند حدوث ظروف شاذة كالحروب والثورات والكوارث الطبيعية كالفيضانات والزلازل وانتشار الأوبئة.

ويمكن تقدير التأثيرات الدورية بعد حساب أثر كل من الاتجاه العام وأثر الموسم، وذلك بتقسيم قيم الظاهرة على حاصل ضرب القيم الإتجاهية × النسب الموسمية المناظرة ولدراسة التغيرات الدورية يجب استخدام الظاهرة المتحصلة من أثر الاتجاه والموسم لمدة طويلة من السنين حتى نبين ماذا تعني هذه القيم وملاحظة النماذج إن وجدت.

٣ - التغيرات الموسمية:

التغيرات الموسمية هي تغيرات دورية مدتها أقل من سنة فقد تكون يومية أو شهرية أو فصلية (ربع سنة) وتتكون نتيجة تأثير اختلاف المناخ أو عادات اجتماعية أو مناسبات دينية أو ما شابه، وتمثل هذه التغيرات النمط المتماثل أو المنظم لحركات السلسلة الزمنية في الأشهر المتقابلة خلال السنوات المتتالية، إن أهم أسباب التغيرات الموسمية في السلسلة الزمنية هي العادات والتقاليد الاجتماعية والعوامل المناخية.

٤ - التغيرات العشوائية:

تشير التغيرات العشوائية إلى الحركة الغير منظمة في السلسلة الزمنية، بمعنى أنه ليس لها نمط معين أو قاعدة ثابتة، أي أنها تنجم في الغالب عن عوامل عارضة أو فجائية لا يمكن التنبؤ بمواعيد حدوثها بدقة مثل الفيضانات والزلازل ونتائج الانتخابات وغيرها.

ثانياً - ارتباط السلاسل الزمنية:

لدراسة ما إذا كانت هناك علاقة بين سلسلتين زمنيتين أو أكثر وبيان نوع هذه العلاقة

نستخدم الارتباط، فنجد الارتباط بين كل عنصر من الأولى مع العنصر المناظر له من الثانية. وعند تحديد العنصر المراد مقارنته نبدأ بتخليص السلسلتين من المؤثرات الأخرى ثم نجد مقدار ونوع العلاقة بين العنصرين المتناظرين ويجب أن نتأكد من أن قيمة الارتباط التي نحصل عليها تعين فعلاً العلاقة بين العنصرين المتناظرين (كالاتجاه العام في السلسلتين مثلاً) وليس لا عنصر آخر تأثر عليه.

ثالثاً – نماذج السلاسل الزمنية:

هناك نماذج شائعة تدعى بنماذج بوكس Box وجنكيز Jenkins models وتكون عادة إما:

١ – على نوع تشكيلة خطية من القيم الماضية مضافاً إليها الخطأ العشوائي ويدعى هذا النموذج بالانحدار الذاتي (Autoregressive model).

٢ – على نوع تشكيلة خطية لمتغيرات عشوائية مستقلة ويدعى هذا النموذج بالمتوسطات المتحركة (Moving Averages Model).

٣ – الاثنين معاً ويدعى النموذج حينذاك بالنموذج المختلط (Mixed Model) وهو الأكثر انتشاراً في التطبيقات العلمية.

المصطلحات

الإحصاء الوصفي Statistics	Descriptive
الاستدلال الإحصائي	Statistical Interence
المعاينة الإحصائية Sampling	Statistical
المجتمع	Pouplation
العينة	Sample
البيانات	Data
العينة العشوائية البسيطة Sample	Simple Random
العينة الطبقية	Stratified Sample
العينة المنتظمة Sample	Systematic
العينة متعددة المراحل Sample	Multi - Stage
العينة الحصصية	Quota Sample
الاستبيان	Questionnaire
جدول - كشف	Schedule
تبويب البيانات	Data Tabulating
بيانات نوعية	Qualitative Data
بيانات كمية	Qualitative Data
فئة	Set
الأعمدة البيانية	Bar Charts
المدرج التكراري	Histogram
التكرار Frequency	
الضلع التكراري Polygon	Frequency
المنحنى التكراري Curve	Frequency

الالتواء	Skewness
المنحنى التكراري المتجمع Frequency	Cumulative Curve
عرض	Presentation of
مقاييس النزعة المركزية	Measures of Central Tendency
معدل - متوسط	Average
الوسط الحسابي	Arithmetic Mean
المدى Range	The
الوسط الهندسي	Geometric Mean
الوسيط	Median
انحراف	Deviation
المنوال	Mode
الربيع الأول	First Quartile
الربيع الثالث	Third Quartiale
مقاييس التشتت	Measures of Dispersion
الانحراف الربيعي	Quartile Deviation
الانحراف المتوسط	Mean Deviation
الانحراف المعياري	Standard Deviation
التباين	Variance
المئينيات	Percentiles
العشيرات	Deciles
الربيعات	Quartiles
معامل الاختلاف	Coefficient of Variation
التفرطح	Kurtosis
الارتباط	Correlation
الانحدار	Regression

شكل الانتشار	Scattar Diagram
ارتباط خطي	Linean Correlation
معامل الارتباط الخطي Correlation	Coefficent of Linerar
معامل ارتباط بيرسون	Persons Correlation Coefficient
معامل الارتباط الرتبي (سبيرمان) Coefficient	Spearmans Rank Corrlation
دلالة	Significance
خط الانحدار	Regression Line
فترات الثقة	Cnfidance Intervals
تحليل التباين	Analysis of Variance
الأرقام القياسية	Index Number
تكاليف المعيشة	Cost of living
الرقم القياسي للأسعار Number	Price Index
الأرقام القياسية البسيطة	Simple Index Numbers
طريقة التجمع	Aggregate Method
طريقة النسب	Relative Method
الأرقام القياسية المرجحة Numbers	Weighted Index
رقم لاسبير القياسي	Laspeyres Index Number
رقم باشي القياسي	Paasche Index Number
اختيار الأرقام القياسية	Test of Index Number
السلسلات الزمنية	Time Series
الرقم القياسي المتسلسل	Chaineel Index Number
الاتجاه العام	Secular Trend
التغيرات الموسمية (الفصلية)	Seasonal Variations
التغيرات الدورية	Cuclical Variations
تغيرات عرضية أو فجائية	Irrgular Variations

Roughness Coefficient	معامل الخشونة
Moving Averages	المعدلات المتحركة
Estimation	التقدير
Deseasonalized Value	القيمة الأموسمية
Vital Statistics	الإحصاءات الحيوية
Rate	المعدل
Ratio	النسبة
Mortality Statistics	إحصائيات الوفيات
Annual Crude death rate	معدل الوفاة الخام النسبي
Standarized death rate	معدل الوفاة المعياري
Annual	سنوي
Infant rate	معدل وفيات الأطفال الرضع mortality
Neonatal mortality rate	معدل وفيات الأطفال حديثي الولادة
Maternal	معدل وفيات الأمومة
Mortality rate	
	نسبة وفيات الإسقاط
	إحصائيات الأمراض
	معدل الإصابات
	معدل الانتشار
	إحصائيات الخصوبة
	معدل الولادة الخام
	معدل الخصوبة العام
	جداول الحياة

المراجع

- د. عبادة سرحان، مقدمة في الإحصاء الاجتماعي، مصر .
- د. جابر عبد الحميد جابر، أحمد خيري كاظم، مناهج البحث في التربية وعلم النفس، مطبعة دار التأليف، القاهرة،
- د. فاروق عبد العظيم وآخرون، مبادئ الإحصاء الوصفي والتحليلي، دار المطبوعات الجامعية، الاسكندرية،
- د. فؤاد اليهي السيد، علم النفس الإحصائي، دار الفكر العربي،
- د. عبد الحسين زيني وآخرون، الإحصاء السكاني، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، العراق،
- د. محمود عبد الحليم القيسي، مقدمة الإحصاء النفسي والتربوي، دار المعارف، الإسكندرية، مصر،
- د. فتحي محمد علي، مقدمة في علم الإحصاء، مكتبة عين شمس، مصر،
- د. محمود حسن المشهداني، أصول الإحصاء والطرق الإحصائية، مطبعة دار السلام، العراق،
- د. نورمان مالك أثر، ترجمة د. عبد الحليم القيسي، المدخل للإحصاء السكاني، دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل، العراق،

المؤلفان في سطور

أ . د. طارق عبد الحميد البدري

- من مواليد العراق مدينة سامراء التاريخية
- أكمل دراسته الأولية في بغداد.
- حصل على البكالوريوس في التربية وعلم النفس الجامعة المستنصرية القسم المائي.
- حصل على ماجستير علوم تربوية في جامعة شتوت كارت في ألمانيا عام ١٩٦٧ م.
- درّس في جامعة مبراغ في جيكوسلوفاكيا وحصل على دبلوم تربية عام ١٩٦٨م.
- عمل مدير عام ومساعد رئيس جامعة بغداد عام ١٩٧٥ م.
- حصل على ماجستير إدارة تربوية في جامعة كنساس - الولايات المتحدة الأمريكية بدرجة امتياز ١٩٨١ م.
- حصل على دكتوراه فلسفة في إدارة تربوية بدرجة شرف، جامعة كنساس الولايات المتحدة الأمريكية عام ١٩٨٤م .
- عمل استاذاً في جامعة بغداد ثم مديراً عاماً ثم مستشاراً في وزارة التعليم العالي ثم وكيلاً لوزارة التربية العراقية.
- قام بالتدريس في جامعات الأردن والجزائر وليبيا والسودان واليمن.
- له مؤلفات تربوية على ٢٣ مؤلفاً في علم التربية وعلم النفس التربوي.
- عمل في الرحاب الجامعي منذ عام ١٩٦٨ م وغادر العراق بعد الاحتلال الأمريكي لها عام ٢٠٠٣ م.
- أستاذ مشرف على ٥٣ رسالة ماجستير وأطروحة دكتوراه.
- عضو لجان دولية وغربية عديدة.
- متزوج وله أبناء أطباء ومهندسين وصيدلانية.

أ. م. د. سهيلة نجم عبد الله

- من مواليد مدينة بغداد.
- أكملت دراستها في بغداد.
- حصلت على بكالوريوس إحصاء بدرجة جيد في جامعة بغداد.
- حصلت على ماجستير علوم إحصائية من جامعة كنساس الولايات المتحدة الأمريكية.
- اكملت الدكتوراه في الإحصاء الرياضي وبحوث العمليات في جامعة كنساس مع زوجها طارق البدري.
- رئيسة قسم الإحصاء وأستاذة الأحصاء في جامعات جرش في الأردن وجامعة الفاتح في ليبيا وجامعة صنعاء في اليمن.
- غادرت العراق بعد الاحتلال الأجنبي لها عام ٢٠٠٤ م مع عائلتها وزوجها نحو اليمن.
- لها مؤلفات إحصائية في الوطن.

Statistics In Research Education And Psychology Methods

Prof.
Tariq Albadri

Dr.
...ah Najim

